本文引用格式：张义军,汪雪建,余涛.基于仿生遗传进化优化的四旋翼无人机网络化 H_∞ 控制[J].自动化与信息工程,2026,47(1):16-26.

ZHANG Yijun, WANG Xuejian, YU Tao. Based on bio-inspired genetic evolution optimization for networked H_∞ control of quadrotor UAVs[J]. Automation & Information Engineering, 2026,47(1):16-26.

基于仿生遗传进化优化的四旋翼无人机网络化 H_∞ 控制*

张义军　汪雪建　余涛

（安徽大学人工智能学院，安徽 合肥 230601）

摘要：针对网络化控制系统存在的网络带宽受限与网络攻击等问题，提出一种动态事件触发（DET）机制。该机制通过采样误差动态调整事件触发参数，并设计相应的触发阈值条件。基于 DET 机制建立闭环控制系统模型，利用李雅普诺夫稳定性方法推导出闭环控制系统 H_∞ 性能的均方渐近稳定充分条件，并融合仿生遗传进化算法与线性矩阵不等式（LMI）设计系统控制器，以提升系统动态性能。以四旋翼无人机系统为例进行仿真实验，验证所提理论在遭受虚假数据注入（FDI）攻击时能够达到预期的系统动态性能，并有效提高了网络通信效率。

关键词：仿生遗传进化算法；H_∞ 控制；动态事件触发机制；线性矩阵不等式；虚假数据注入攻击

中图分类号：TP273　　**文献标志码：**A　　**文章编号：**1674-2605(2026)01-0002-11

DOI：10.12475/aie.20260102　　开放获取

Based on Bio-inspired Genetic Evolution Optimization for Networked H_∞ Control of Quadrotor UAVs

ZHANG Yijun　WANG Xuejian　YU Tao

(School of Artificial Intelligence, Anhui University, Hefei 230601, China)

Abstract: A dynamic event-triggered (DET) mechanism is proposed to address issues such as cyber-attacks and bandwidth limitations in networked control systems. This mechanism dynamically adjusts event-triggering parameters based on sampling errors and designs corresponding triggering threshold conditions. A closed-loop control system model is established based on the DET mechanism. Using the Lyapunov stability method, sufficient conditions for mean-square asymptotic stability with H_∞ performance of the closed-loop system are derived. Furthermore, a bio-inspired genetic and evolutionary algorithm integrated with linear matrix inequalities (LMIs) is employed to design the system controller, thereby enhancing dynamic performance. Simulation experiments on a quadrotor UAV system demonstrate that the proposed theory achieves the expected dynamic performance under false data injection (FDI) attacks and effectively improves network communication efficiency.

Keywords: bio-inspired genetic and evolutionary algorithm; H_∞ control; dynamic event-triggered mechanism; linear matrix inequality; false data injection attacks

0　引言

随着网络通信技术与工业控制系统的发展，网络化控制系统（如电力系统[1-3]、机器人系统[4-6]、无人机系统[7-9]等）已广泛应用于智能交通、航空航天、医疗与健康监护等领域。网络化控制系统是一种将控制部件与被控对象分布在不同的物理位置，通过共享数字通信网络交换系统信息和闭环控制信号的新型分布式控制系统。相较于传统的控制系统，其环境适应性更强、维护成本更低、结构扩展更灵活。然而，网络化控制系统面临网络通信带宽受限、数据丢包、网络时延等挑战[10]，导致受控系统的动态性能恶化，甚至引发系统失稳。

* 基金项目：国家自然科学基金（62573001）；合肥市自然科学基金（HZR2511）。

AUTOMATION & INFORMATION ENGINEERING

传统的时间触发机制通常采用固定的采样周期传输数据，以确保系统在延迟、扰动等不良状态下，仍保持良好的动态性能。由于不良状态出现的频率较低，导致该机制产生了大量冗余数据，降低传输效率，增加网络通信压力。然而，事件触发机制通过设定触发阈值来判断是否传输数据，有效缓解了网络通信压力[10-13]。文献[14]针对非均匀采样周期系统提出一种事件触发机制，以保证系统稳定性。文献[15]提出一种同时利用相对误差与绝对误差的并行事件触发机制，在提升系统性能的同时，缓解了网络通信压力。文献[16]研究一种基于数据驱动的事件触发机制，并针对执行器受攻击的自动驾驶车辆提出一种滑模控制方案，以确保车辆稳定行驶。

由于网络通信通道具有开放性，一些潜在的恶意网络攻击也随之出现[17-19]。其通过恶意篡改数据、虚假数据注入（false data injection, FDI）、拒绝服务等方式，破坏系统稳定运行。因此，针对网络化控制系统的抵御恶意网络攻击技术具有重要研究意义。文献[20]针对电力系统提出一种具有记忆功能的事件触发机制，以应对随机发生的欺骗攻击，确保系统稳定性。文献[21]提出一种结合分布式动态事件触发机制与观测器的弹性控制方法，可准确估计并补偿 FDI 攻击，确保电力系统稳定运行。文献[22]提出一种非周期切换的事件触发机制，以应对网络的拒绝服务攻击。

在大多数情况下，通过李雅普诺夫稳定性方法推导出的系统稳定性充分条件是非线性的，需先解耦非线性项后，再利用线性矩阵不等式（linear matrix inequality, LMI）求解控制律。但非线性项解耦过程会给控制系统带来更大的保守性[20]。值得关注的是，智能算法处理此类非线性问题具有较大优势。将其引入控制器设计，可提高系统的动态性能与稳定性[23-26]。文献[27]针对状态饱和系统在隐马尔可夫衰落信道下的滑模控制问题，提出基于遗传算法的切换控制方案，确保系统的稳定性和可达性。文献[28]针对轮询协议下的互联系统，提出一种分散滑模控制方法，并采用遗传算法协同设计滑模控制律，使系统在有限时间内达到稳定。

基于上述分析，本文探讨网络化控制系统在网络带宽受限与网络攻击情况下的控制问题。具体而言，为缓解网络通信压力、抵御 FDI 攻击，提出一种动态事件触发（dynamic event-triggered, DET）机制，通过动态调整事件触发参数，可有效降低网络通信频率；基于李雅普诺夫稳定性方法，推导出系统在均方意义下满足预先给定 H_∞ 性能的渐近稳定充分条件（非线性），并针对非线性约束，提出一种融合仿生遗传进化算法与 LMI 的系统控制器，以获得更好的系统动态性能。

1 问题描述

本文假设 N^+ 为正整数集合，$\mathbb{R}^x$ 为 x 维欧氏空间，$\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}$ 为矩阵 $\boldsymbol{X}$ 的转置，$\|\cdot\|$ 为矩阵 2 范数，$*$ 为矩阵中的对称项，$\boldsymbol{Y}>0(\boldsymbol{Y}\geq 0)$ 为矩阵 $\boldsymbol{Y}$ 正定（半正定），$\mathbf{diag}\{\cdot\}$ 为分块对角矩阵，$\mathrm{sym}(\boldsymbol{Y})\triangleq\boldsymbol{Y}+\boldsymbol{Y}^{\mathrm{T}}$，$\mathbb{E}(\cdot)$ 为期望，$\max(\cdot)$、$\min(\cdot)$ 分别为集合中的最大值、最小值，$\mathcal{L}(\cdot)$ 为无穷小算子。

假设网络化控制系统为

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{x}}(t)=\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}(t)+\boldsymbol{B}\boldsymbol{u}(t)+\boldsymbol{D}\boldsymbol{w}(t)\\ \boldsymbol{y}(t)=\boldsymbol{C}\boldsymbol{x}(t)\\ \boldsymbol{z}(t)=\boldsymbol{E}\boldsymbol{x}(t)+\boldsymbol{G}\boldsymbol{w}(t)\end{cases}\tag{1}$$

式中：$\boldsymbol{x}(t)\in\mathbb{R}^x$ 为状态向量，$\boldsymbol{u}(t)\in\mathbb{R}^u$ 为控制输入，$\boldsymbol{w}(t)\in\mathbb{R}^w$ 为系统外部扰动，$\boldsymbol{y}(t)\in\mathbb{R}^y$ 为系统输出，$\boldsymbol{z}(t)\in\mathbb{R}^z$ 为扰动输出，$\boldsymbol{A}$、$\boldsymbol{B}$、$\boldsymbol{C}$、$\boldsymbol{D}$、$\boldsymbol{E}$、$\boldsymbol{G}$ 为已知常数矩阵。

FDI 攻击下的网络化控制系统框图如图 1 所示。

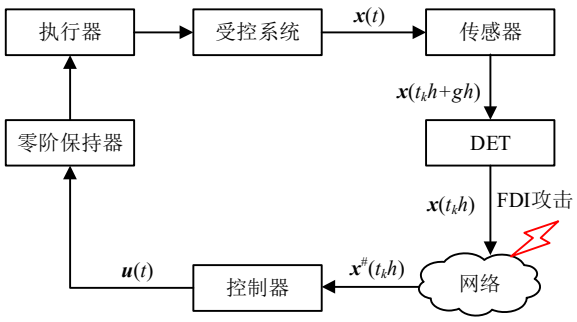


图 1　FDI 攻击下的网络化控制系统框图

AUTOMATION & INFORMATION ENGINEERING

在该网络化控制系统中，从 DET 到控制器的网络通道受到 FDI 攻击，$\boldsymbol{x}^{\#}(t_k h)$ 是系统传输的虚假数据。

DET 机制以采样序列 $\{0,h,2h,\cdots,gh,\cdots\}$ 进行采样，并通过公式(2)触发阈值条件判断是否传输数据：

$$\begin{cases} t_{k+1}h = t_k h + \min\limits_{g\in N^+}\{gh \mid \Delta \geq 0\} \\ \Delta = \boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{e}(t) - \varphi(t)\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t_k h)\boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{x}(t_k h) \\ \varphi(t) = \max\left\{\theta_1\left(1-\dfrac{1}{1+\mathrm{e}^{-\theta_2\|\boldsymbol{e}(t)\|}}\right),\ \theta_3\right\} \end{cases} \tag{2}$$

式中：$t_{k+1}h$ 为下一次传输数据的触发时刻；$t_k h$ 为最近一次传输数据的触发时刻；$t_k h + gh$ 为当前采样时刻；$\boldsymbol{\Phi} > 0$ 为权重矩阵；$\boldsymbol{e}(t) = \boldsymbol{x}(t_k h + gh) - \boldsymbol{x}(t_k h)$ 为采样误差；θ_1、θ_2、θ_3 为事件触发参数，且 $\theta_2 > 0$、$0 < \theta_3 < 0.5\theta_1$，触发系数 $\varphi(t) \in [\theta_3, 0.5\theta_1]$。

注 1：通过公式(2)中的触发系数 $\varphi(t)$ 表达式可知，$\theta_1\left(1-1/(1+\mathrm{e}^{-\theta_2\|\boldsymbol{e}(t)\|})\right) \in (0, 0.5\theta_1]$，且由 $\theta_2 > 0$、$0 < \theta_3 < 0.5\theta_1$ 可得到 $\varphi(t) \in [\theta_3, 0.5\theta_1]$。即采样误差越大，触发系数 $\varphi(t)$ 越小，虚假数据被释放的概率越高；采样误差越小，触发系数 $\varphi(t)$ 越大，虚假数据被释放的概率越低。

为使系统无法检测到 FDI 攻击，攻击信号的能量通常是有界的。本文假设攻击信号 $f\left(\boldsymbol{x}(t_k h)\right)$ 满足公式(3)约束：

$$\left\| \boldsymbol{P}^{\frac{1}{2}} f\left(\boldsymbol{x}(t_k h)\right) \right\| \leq \beta \left\| \boldsymbol{P}^{\frac{1}{2}} \boldsymbol{x}(t_k h) \right\| \tag{3}$$

式中：定常系数 $\beta > 0$，权重矩阵 $\boldsymbol{P} > 0$。

结合 DET 机制与 FDI 攻击，本文设计控制律为

$$\boldsymbol{u}(t) = \boldsymbol{K}\boldsymbol{x}(t_k h) + \alpha(t)\boldsymbol{K}f(\boldsymbol{x}(t_k h)), \quad t \in \mathcal{I} \tag{4}$$

式中：区间 $\mathcal{I} = [t_k h + \tau_k, t_{k+1}h + \tau_{k+1}]$，$\boldsymbol{K}$ 为控制增益，$\alpha(t)$ 为 FDI 攻击。

注 2：本文 FDI 攻击用 $\alpha(t) \in \{0,1\}$ 表示，且满足伯努利二项分布。即 $\alpha(t) = 1$ 时，表示发生攻击；$\alpha(t) = 0$ 时，表示没有发生攻击。FDI 攻击的期望 $\mathbb{E}(\alpha(t)) = \epsilon$，$\mathbb{E}((\epsilon - \alpha(t))^2) = \epsilon(1-\epsilon) \triangleq \varrho^2$ 为攻击方差，常数 $\varrho > 0$。网络化控制系统传输的虚假数据为 $\boldsymbol{x}^{\#}(t_k h) = \boldsymbol{x}(t_k h) + \alpha(t) f(\boldsymbol{x}(t_k h))$。

为便于后续分析，区间 $\mathcal{I}$ 按照以下两种情况进行划分：

1） 如果两个触发时刻之间没有采样时刻，区间 $\mathcal{I}$ 被划分为

$$\mathcal{I} = \mathcal{I}_g^k = \mathcal{I}_0^k = [t_k h + \tau_k, t_{k+1}h + \tau_{k+1}] \tag{5}$$

2） 如果两个触发时刻之间有采样时刻，区间 $\mathcal{I}$ 被划分为

$$\mathcal{I} = \bigcup_{g=0}^{t_{k+1}-t_k-1} \mathcal{I}_g^k \tag{6}$$

$$\mathcal{I}_g^k = \begin{cases} [(t_k+g)h + \tau_k, (t_k+g+1)h + \tau_k), & g \leq \kappa_1 \\ [(t_k+g)h + \tau_k, (t_k+g+1)h + \tau_{k+1}], & g = \kappa_2 \end{cases}$$

式中：$\kappa_1 = t_{k+1} - t_k - 2$，$\kappa_2 = t_{k+1} - t_k - 1$。

假设 $\eta(t) = t - t_k h - gh$、$t \in \mathcal{I}_g^k$，可得到 $\boldsymbol{x}(t_k h) = \boldsymbol{x}(t - \eta(t)) - \boldsymbol{e}(t)$，且时延 $\eta(t)$ 满足公式(7)约束：

$$0 < \eta_{\min} \leq \eta(t) \leq \eta_{\max} + h \triangleq \eta_m \tag{7}$$

式中：$\eta_{\min}$、$\eta_{\max}$ 分别为最小、最大时延。

通过 $\boldsymbol{x}(t_k h) = \boldsymbol{x}(t - \eta(t)) - \boldsymbol{e}(t)$ 与公式(4)，可得

$$\boldsymbol{u}(t) = \boldsymbol{K}(\boldsymbol{x}(t - \eta(t)) - \boldsymbol{e}(t)) + \alpha(t)\boldsymbol{K}f(\boldsymbol{x}(t_k h)), t \in \mathcal{I}_g^k \tag{8}$$

将公式(8)代入公式(1)，可得闭环控制系统为

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{x}}(t) = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{B}\boldsymbol{K}(\boldsymbol{x}(t - \eta(t)) - \boldsymbol{e}(t)) + \\ \qquad \alpha(t)\boldsymbol{B}\boldsymbol{K}f(\boldsymbol{x}(t_k h)) + \boldsymbol{D}\boldsymbol{w}(t) \\ \boldsymbol{y}(t) = \boldsymbol{C}\boldsymbol{x}(t) \\ \boldsymbol{z}(t) = \boldsymbol{E}\boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{G}\boldsymbol{w}(t) \end{cases} \tag{9}$$

本文考虑在网络带宽受限和 FDI 攻击的情况下，设计 DET 机制（公式(2)）与控制器（公式(8)），使闭环控制系统（公式(9)）满足以下条件：

1） 当扰动 $\boldsymbol{w}(t) \equiv 0$ 时，闭环控制系统均方渐近稳定；

2） 当扰动 $\boldsymbol{w}(t) \neq 0$，在零初始条件时，闭环控制系统满足 H_∞ 性能：

$$\int_0^\infty \boldsymbol{z}(t)^{\mathrm{T}} \boldsymbol{z}(t) \mathrm{d}t \leq r^2 \int_0^\infty \boldsymbol{w}(t)^{\mathrm{T}} \boldsymbol{w}(t) \mathrm{d}t \tag{10}$$

AUTOMATION & INFORMATION ENGINEERING

式中：r为给定的正常数。

引理 1[19]：给定任意矩阵$\boldsymbol{R}$和$\boldsymbol{U}$，满足$\begin{bmatrix}\boldsymbol{R} & * \\ \boldsymbol{U} & \boldsymbol{R}\end{bmatrix}>0$，公式(11)不等式成立：

$$-\eta_m\int_{t-\eta_m}^{t}\dot{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(s)\boldsymbol{R}\dot{\boldsymbol{x}}(s)\mathrm{d}s\leqslant-\boldsymbol{v}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{\Upsilon}\boldsymbol{v}(t) \tag{11}$$

式中：

$$\boldsymbol{v}(t)=\left[\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t),\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t-\eta(t)),\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t-\eta_m)\right]^{\mathrm{T}}$$

$$\boldsymbol{\Upsilon}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{R} & * & * \\ \boldsymbol{U}-\boldsymbol{R} & 2\boldsymbol{R}-\boldsymbol{U}-\boldsymbol{U}^{\mathrm{T}} & * \\ -\boldsymbol{U} & \boldsymbol{U}-\boldsymbol{R} & \boldsymbol{R}\end{bmatrix}$$

2 系统稳定性分析

为保证闭环控制系统均方渐近稳定并满足预设的H_∞性能，需建立充分条件。

定理 1：给定正常数θ_1、η_m、β、r、ϵ、ϱ，若存在正定矩阵$\boldsymbol{P}$、$\boldsymbol{Q}$、$\boldsymbol{R}$、$\boldsymbol{\Phi}$和矩阵$\boldsymbol{U}$满足公式(12)、(13)约束，则闭环控制系统均方渐近稳定且满足预设的H_∞性能。

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{R} & * \\ \boldsymbol{U} & \boldsymbol{R}\end{bmatrix}>0 \tag{12}$$

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{L}_{11} & * \\ \boldsymbol{L}_{21} & \boldsymbol{L}_{22}\end{bmatrix}<0 \tag{13}$$

其中

$$\boldsymbol{L}_{11}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{M}_{11} & * & * & * & * & * \\ \boldsymbol{M}_{21} & \boldsymbol{M}_{22} & * & * & * & * \\ \boldsymbol{M}_{31} & \boldsymbol{M}_{32} & \boldsymbol{M}_{33} & * & * & * \\ \boldsymbol{M}_{41} & \boldsymbol{M}_{42} & 0 & \boldsymbol{M}_{44} & * & * \\ \boldsymbol{M}_{51} & 0 & 0 & 0 & \boldsymbol{M}_{55} & * \\ \boldsymbol{M}_{61} & 0 & 0 & 0 & 0 & \boldsymbol{M}_{66}\end{bmatrix},$$

$\boldsymbol{M}_{11}=\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}+\boldsymbol{P}\boldsymbol{A}+\boldsymbol{Q}-\boldsymbol{R},\boldsymbol{M}_{31}=\boldsymbol{U},\boldsymbol{M}_{32}=\boldsymbol{R}-\boldsymbol{U},$

$\boldsymbol{M}_{21}=\boldsymbol{K}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}+\boldsymbol{R}-\boldsymbol{U},\ \boldsymbol{M}_{33}=-\boldsymbol{Q}-\boldsymbol{R},$

$\boldsymbol{M}_{22}=0.5\theta_1\boldsymbol{\Phi}-2\boldsymbol{R}+\boldsymbol{U}+\boldsymbol{U}^{\mathrm{T}}+\epsilon\beta\boldsymbol{P},\ \boldsymbol{M}_{41}=-\boldsymbol{K}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P},$

$\boldsymbol{M}_{42}=-0.5\theta_1\boldsymbol{\Phi}-\epsilon\beta\boldsymbol{P},\ \boldsymbol{M}_{44}=0.5\theta_1\boldsymbol{\Phi}-\boldsymbol{\Phi}+\epsilon\beta\boldsymbol{P},$

$\boldsymbol{M}_{51}=\epsilon\boldsymbol{K}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P},\ \boldsymbol{M}_{55}=-\epsilon\boldsymbol{P},\boldsymbol{M}_{61}=\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}+\boldsymbol{G}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{E},$

$\boldsymbol{M}_{66}=\boldsymbol{G}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{G}-r^2\boldsymbol{I},\boldsymbol{L}_{21}=\left[\boldsymbol{\Gamma}_1^{\mathrm{T}},\boldsymbol{\Gamma}_2^{\mathrm{T}},\boldsymbol{\Gamma}_3^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}},$

$\boldsymbol{L}_{22}=\mathbf{diag}\left\{-\boldsymbol{R}^{-1},-\boldsymbol{R}^{-1},-\boldsymbol{I}\right\},\boldsymbol{\Gamma}_3=\left[\boldsymbol{E},0,0,0,0,0\right],$

$\boldsymbol{\Gamma}_1=\eta_m\left[\boldsymbol{A},\boldsymbol{B}\boldsymbol{K},0,-\boldsymbol{B}\boldsymbol{K},\epsilon\boldsymbol{B}\boldsymbol{K},\boldsymbol{D}\right],$

$\boldsymbol{\Gamma}_2=\eta_m\left[0,0,0,0,\varrho\boldsymbol{B}\boldsymbol{K},0\right]$

证明：考虑以下李雅普诺夫泛函$V(t)$

$$V(t)=V_1(t)+V_2(t)+V_3(t)$$

$$V_1(t)=\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{P}\boldsymbol{x}(t)$$

$$V_2(t)=\int_{t-\eta_m}^{t}\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(s)\boldsymbol{Q}\boldsymbol{x}(s)\mathrm{d}s$$

$$V_3(t)=\eta_m\int_{t-\eta_m}^{t}\int_{s}^{t}\dot{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(n)\boldsymbol{R}\dot{\boldsymbol{x}}(n)\mathrm{d}n\mathrm{d}s$$

先通过无穷小算子对李雅普诺夫泛函$V(t)$求导再取期望，得

$$\mathbb{E}\left(\mathcal{L}\left(V(t)\right)\right)=\mathbb{E}\left(\mathcal{L}\left(V_1(t)\right)+\mathcal{L}\left(V_2(t)\right)+\mathcal{L}\left(V_3(t)\right)\right) \tag{14}$$

$$\begin{aligned}\mathbb{E}\left(\mathcal{L}\left(V_1(t)\right)\right)=&\\ &\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t)\,\mathrm{sym}(\boldsymbol{P}\boldsymbol{A})\boldsymbol{x}(t)+\mathrm{sym}(\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{P}\boldsymbol{D}\boldsymbol{w}(t))+\\ &\mathrm{sym}(\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{P}\boldsymbol{B}\boldsymbol{K}(\boldsymbol{x}(t-\eta(t))-\boldsymbol{e}(t)))+\\ &\mathrm{sym}(\epsilon\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{P}\boldsymbol{B}\boldsymbol{K}f(\boldsymbol{x}(t_k h)))\end{aligned} \tag{15}$$

$$\mathbb{E}\left(\mathcal{L}\left(V_2(t)\right)\right)=\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{Q}\boldsymbol{x}(t)-\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t-\eta_m)\boldsymbol{Q}\boldsymbol{x}(t-\eta_m) \tag{16}$$

$$\mathbb{E}\left(\mathcal{L}\left(V_3(t)\right)\right)=\eta_m^2\mathbb{E}(\dot{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{R}\dot{\boldsymbol{x}}(t))-\eta_m\int_{t-\eta_m}^{t}\dot{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(s)\boldsymbol{R}\dot{\boldsymbol{x}}(s)\mathrm{d}s \tag{17}$$

根据公式(9)可得

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t)=\left[\boldsymbol{A},\boldsymbol{B}\boldsymbol{K},0,-\boldsymbol{B}\boldsymbol{K},\alpha(t)\boldsymbol{B}\boldsymbol{K},\boldsymbol{D}\right]\boldsymbol{\xi}(t)$$

$$\boldsymbol{\xi}(t)=\left[\boldsymbol{v}^{\mathrm{T}}(t),\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}(t),f^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{x}(t_k h)),\boldsymbol{w}^{\mathrm{T}}(t)\right]^{\mathrm{T}}$$

$$\boldsymbol{v}(t)=\left[\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t),\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t-\eta(t)),\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t-\eta_m)\right]^{\mathrm{T}}$$

公式(17)等式右边的第一项通过运算可得

$$\eta_m^2\mathbb{E}(\dot{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{R}\dot{\boldsymbol{x}}(t))=\boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}}(t)\left(\boldsymbol{\Gamma}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}\boldsymbol{\Gamma}_1+\boldsymbol{\Gamma}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}\boldsymbol{\Gamma}_2\right)\boldsymbol{\xi}(t) \tag{18}$$

$$\boldsymbol{\Gamma}_1=\eta_m\left[\boldsymbol{A},\boldsymbol{B}\boldsymbol{K},0,-\boldsymbol{B}\boldsymbol{K},\epsilon\boldsymbol{B}\boldsymbol{K},\boldsymbol{D}\right]$$

$$\boldsymbol{\Gamma}_2=\eta_m\left[0,0,0,0,\varrho\boldsymbol{B}\boldsymbol{K},0\right]$$

AUTOMATION & INFORMATION ENGINEERING

通过引理 1 对公式(17)等式右边的第二项进行放缩，可得

$$-\eta_m\int_{t-\eta_m}^{t}\dot{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}(s)\boldsymbol{R}\dot{\boldsymbol{x}}(s)\mathrm{d}s\leqslant-\boldsymbol{v}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{\Upsilon}\boldsymbol{v}(t) \tag{19}$$

将公式(15)~(19)代入公式(14)，可得

$$\begin{aligned}&\mathbb{E}\left(\mathcal{L}\left(V(t)\right)\right)\leq\\&\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t)\mathrm{sym}(\boldsymbol{PA})\boldsymbol{x}(t)+\mathrm{sym}(\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{PDw}(t))+\\&\mathrm{sym}(\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{PBK}(\boldsymbol{x}(t-\eta(t))-\boldsymbol{e}(t)))+\\&\mathrm{sym}(\epsilon\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{PBK}f(\boldsymbol{x}(t_kh)))+\\&\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{Qx}(t)-\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t-\eta_m)\boldsymbol{Qx}(t-\eta_m)+\\&\boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}}(t)\left(\boldsymbol{\Gamma}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}\boldsymbol{\Gamma}_1+\boldsymbol{\Gamma}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}\boldsymbol{\Gamma}_2\right)\boldsymbol{\xi}(t)-\boldsymbol{v}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{\Upsilon}\boldsymbol{v}(t)\end{aligned} \tag{20}$$

考虑 DET 机制有

$$\varphi(t)\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t_kh)\boldsymbol{\Phi x}(t_kh)-\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{\Phi e}(t)\geq0 \tag{21}$$

对公式(21)用不等式 $\theta_3\leq\varphi(t)\leq0.5\theta_1$ 进行放缩，可得

$$\begin{aligned}&\varphi(t)\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t_kh)\boldsymbol{\Phi x}(t_kh)-\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{\Phi e}(t)\leq\\&0.5\theta_1(\boldsymbol{x}(t-\eta(t))-\boldsymbol{e}(t))^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{x}(t-\eta(t))-\boldsymbol{e}(t))-\\&\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{\Phi e}(t)\leq\\&0.5\theta_1\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t-\eta(t))\boldsymbol{\Phi x}(t-\eta(t))+0.5\theta_1\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{\Phi e}(t)-\\&\mathrm{sym}(0.5\theta_1\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t-\eta(t))\boldsymbol{\Phi e}(t))-\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{\Phi e}(t)\end{aligned} \tag{22}$$

结合公式(3)、(20)、(22)以及 H_∞ 性能，可得

$$\begin{aligned}&\mathbb{E}\left(\mathcal{L}\left(V(t)\right)\right)+\boldsymbol{z}(t)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{z}(t)-r^2\boldsymbol{w}(t)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{w}(t)\leq\\&\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t)\mathrm{sym}(\boldsymbol{PA})\boldsymbol{x}(t)+\mathrm{sym}(\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{PDw}(t))+\\&\mathrm{sym}(\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{PBK}(\boldsymbol{x}(t-\eta(t))-\boldsymbol{e}(t)))+\\&\mathrm{sym}(\epsilon\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{PBK}f(\boldsymbol{x}(t_kh)))+\\&\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{Qx}(t)-\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t-\eta_m)\boldsymbol{Qx}(t-\eta_m)+\\&\boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}}(t)\left(\boldsymbol{\Gamma}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}\boldsymbol{\Gamma}_1+\boldsymbol{\Gamma}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}\boldsymbol{\Gamma}_2\right)\boldsymbol{\xi}(t)-\boldsymbol{v}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{\Upsilon}\boldsymbol{v}(t)+\\&\varphi(t)\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t_kh)\boldsymbol{\Phi x}(t_kh)-\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{\Phi e}(t)+\\&\epsilon\beta\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t_kh)\boldsymbol{Px}(t_kh)-\epsilon f^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{x}(t_kh)\right)\boldsymbol{P}f\left(\boldsymbol{x}(t_kh)\right)+\\&\boldsymbol{z}(t)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{z}(t)-r^2\boldsymbol{w}(t)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{w}(t)\leq\\&\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t)\mathrm{sym}(\boldsymbol{PA})\boldsymbol{x}(t)+\mathrm{sym}(\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{PDw}(t))+\\&\mathrm{sym}(\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{PBK}(\boldsymbol{x}(t-\eta(t))-\boldsymbol{e}(t)))+\\&\mathrm{sym}(\epsilon\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{PBK}f(\boldsymbol{x}(t_kh)))+\\&\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{Qx}(t)-\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t-\eta_m)\boldsymbol{Qx}(t-\eta_m)+\\&\boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}}(t)\left(\boldsymbol{\Gamma}_1^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}\boldsymbol{\Gamma}_1+\boldsymbol{\Gamma}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}\boldsymbol{\Gamma}_2\right)\boldsymbol{\xi}(t)-\boldsymbol{v}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{\Upsilon}\boldsymbol{v}(t)+\\&0.5\theta_1\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t-\eta(t))\boldsymbol{\Phi x}(t-\eta(t))+0.5\theta_1\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{\Phi e}(t)-\\&\mathrm{sym}(0.5\theta_1\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t-\eta(t))\boldsymbol{\Phi e}(t))-\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{\Phi e}(t)+\\&\epsilon\beta\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t-\eta(t))\boldsymbol{Px}(t-\eta(t))+\epsilon\beta\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{Pe}(t)-\\&\mathrm{sym}(\epsilon\beta\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t-\eta(t))\boldsymbol{Pe}(t))-r^2\boldsymbol{w}(t)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{w}(t)-\\&\epsilon f^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{x}(t_kh)\right)\boldsymbol{P}f\left(\boldsymbol{x}(t_kh)\right)+\boldsymbol{w}(t)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{G}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Gw}(t)+\\&\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{E}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Ex}(t)+\mathrm{sym}(\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{E}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Gw}(t))=\\&\boldsymbol{\xi}^{\mathrm{T}}(t)\left(\boldsymbol{L}_{11}-\boldsymbol{L}_{21}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{L}_{22}^{-1}\boldsymbol{L}_{21}\right)\boldsymbol{\xi}(t)\leq0\end{aligned} \tag{23}$$

公式(23)中的最后一个不等式可通过舒尔补引理与公式(13)得到。

通过公式(23)得到

$$\mathbb{E}\left(\mathcal{L}\left(V(t)\right)\right)+\boldsymbol{z}(t)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{z}(t)-r^2\boldsymbol{w}(t)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{w}(t)\leq0 \tag{24}$$

当 $\boldsymbol{w}(t)\equiv0$ 时，公式(24)有

$$\mathbb{E}\left(\mathcal{L}\left(V(t)\right)\right)\leqslant-\boldsymbol{z}(t)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{z}(t)\leqslant0 \tag{25}$$

公式(25)表示闭环控制系统均方渐近稳定。

当 $\boldsymbol{w}(t)\neq0$，零初始条件时，对公式(24)左右两边同时从 0~＋∞ 积分，则有

$$\mathbb{E}\left(V(+\infty)-V(0)\right)\leqslant r^2\int_0^{+\infty}\boldsymbol{w}(t)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{w}(t)\mathrm{d}t-\int_0^{+\infty}\boldsymbol{z}(t)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{z}(t)\mathrm{d}t$$

因为 $V(t)>0$ 且有界，则在零初始条件下，得到

$$\int_0^{\infty}\boldsymbol{z}(t)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{z}(t)\mathrm{d}t\leq r^2\int_0^{\infty}\boldsymbol{w}(t)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{w}(t)\mathrm{d}t$$

至此证明闭环控制系统均方渐近稳定且满足 H_∞ 性能。

AUTOMATION & INFORMATION ENGINEERING

定理 1（公式(13)）中的 $\boldsymbol{M}_{21}$、$\boldsymbol{M}_{41}$、$\boldsymbol{M}_{51}$ 存在耦合项 $\boldsymbol{PBK}$ 和非线性项 $\boldsymbol{L}_{22}$，无法直接用于求解控制增益 $\boldsymbol{K}$。本节基于定理 2 将其转化为线性约束条件，以便设计系统控制器。

定理 2：给定正常数 θ_1、η_m、β、r、ϵ、ϱ、ρ，若存在正定矩阵 $\bar{\boldsymbol{P}}$、$\bar{\boldsymbol{Q}}$、$\bar{\boldsymbol{R}}$、$\bar{\boldsymbol{\Phi}}$ 和矩阵 $\bar{\boldsymbol{U}}$ 满足公式(26)、(27)约束，则闭环控制系统均方渐近稳定且满足预设的 H_∞ 性能。

$$\begin{bmatrix} \bar{\boldsymbol{R}} & * \\ \bar{\boldsymbol{U}} & \bar{\boldsymbol{R}} \end{bmatrix} > 0 \tag{26}$$

$$\begin{bmatrix} \bar{\boldsymbol{L}}_{11} & * \\ \bar{\boldsymbol{L}}_{21} & \bar{\boldsymbol{L}}_{22} \end{bmatrix} < 0 \tag{27}$$

其中

$$\bar{\boldsymbol{L}}_{11} = \begin{bmatrix} \bar{\boldsymbol{M}}_{11} & * & * & * & * & * \\ \bar{\boldsymbol{M}}_{21} & \bar{\boldsymbol{M}}_{22} & * & * & * & * \\ \bar{\boldsymbol{M}}_{31} & \bar{\boldsymbol{M}}_{32} & \bar{\boldsymbol{M}}_{33} & * & * & * \\ \bar{\boldsymbol{M}}_{41} & \bar{\boldsymbol{M}}_{42} & 0 & \bar{\boldsymbol{M}}_{44} & * & * \\ \bar{\boldsymbol{M}}_{51} & 0 & 0 & 0 & \bar{\boldsymbol{M}}_{55} & * \\ \bar{\boldsymbol{M}}_{61} & 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{\boldsymbol{M}}_{66} \end{bmatrix},$$

$$\bar{\boldsymbol{M}}_{11} = \boldsymbol{X}\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{A}\boldsymbol{X} + \bar{\boldsymbol{Q}} - \bar{\boldsymbol{R}}, \bar{\boldsymbol{M}}_{31} = \bar{\boldsymbol{U}}, \bar{\boldsymbol{M}}_{32} = \bar{\boldsymbol{R}} - \bar{\boldsymbol{U}},$$

$$\bar{\boldsymbol{M}}_{21} = \boldsymbol{Y}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}} + \bar{\boldsymbol{R}} - \bar{\boldsymbol{U}}, \ \bar{\boldsymbol{M}}_{33} = -\bar{\boldsymbol{Q}} - \bar{\boldsymbol{R}},$$

$$\bar{\boldsymbol{M}}_{22} = 0.5\theta_1\bar{\boldsymbol{\Phi}} - 2\bar{\boldsymbol{R}} + \bar{\boldsymbol{U}} + \bar{\boldsymbol{U}}^{\mathrm{T}} + \epsilon\beta\boldsymbol{X}, \ \bar{\boldsymbol{M}}_{41} = -\boldsymbol{Y}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}},$$

$$\bar{\boldsymbol{M}}_{42} = -0.5\theta_1\bar{\boldsymbol{\Phi}} - \epsilon\beta\boldsymbol{X}, \ \bar{\boldsymbol{M}}_{44} = 0.5\theta_1\bar{\boldsymbol{\Phi}} - \bar{\boldsymbol{\Phi}} + \epsilon\beta\boldsymbol{X},$$

$$\bar{\boldsymbol{M}}_{51} = \epsilon\boldsymbol{Y}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}, \ \bar{\boldsymbol{M}}_{55} = -\epsilon\boldsymbol{X}, \bar{\boldsymbol{M}}_{61} = \boldsymbol{D}^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{G}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{E}\boldsymbol{X},$$

$$\bar{\boldsymbol{L}}_{21} = \left[\bar{\boldsymbol{\Gamma}}_1^{\mathrm{T}}, \bar{\boldsymbol{\Gamma}}_2^{\mathrm{T}}, \bar{\boldsymbol{\Gamma}}_3^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}},$$

$$\bar{\boldsymbol{L}}_{22} = \mathbf{diag}\left\{\rho^2\bar{\boldsymbol{R}} - 2\rho\boldsymbol{X}, \ \rho^2\bar{\boldsymbol{R}} - 2\rho\boldsymbol{X}, -\boldsymbol{I}\right\},$$

$$\bar{\boldsymbol{\Gamma}}_1 = \eta_m\left[\boldsymbol{A}\boldsymbol{X}, \boldsymbol{B}\boldsymbol{Y}, 0, -\boldsymbol{B}\boldsymbol{Y}, \epsilon\boldsymbol{B}\boldsymbol{Y}, \boldsymbol{D}\right],$$

$$\bar{\boldsymbol{\Gamma}}_2 = \eta_m\left[0, 0, 0, 0, \varrho\boldsymbol{B}\boldsymbol{Y}, 0\right],$$

$$\bar{\boldsymbol{\Gamma}}_3 = \left[\boldsymbol{E}\boldsymbol{X}, 0, 0, 0, 0, 0\right]$$

闭环控制系统的控制增益可通过 $\boldsymbol{K} = \boldsymbol{Y}\boldsymbol{X}^{-1}$ 得到。

证明：定义 $\boldsymbol{X} = \boldsymbol{P}^{-1}$、$\bar{\boldsymbol{R}} = \boldsymbol{X}\boldsymbol{R}\boldsymbol{X}$、$\bar{\boldsymbol{Q}} = \boldsymbol{X}\boldsymbol{Q}\boldsymbol{X}$、$\bar{\boldsymbol{U}} = \boldsymbol{X}\boldsymbol{U}\boldsymbol{X}$、$\bar{\boldsymbol{\Phi}} = \boldsymbol{X}\boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{X}$。对公式(26)两侧同时左乘矩阵 $\boldsymbol{\Omega}_1 = \mathbf{diag}\left\{\boldsymbol{X}^{-\mathrm{T}}, \boldsymbol{X}^{-\mathrm{T}}\right\}$，右乘矩阵 $\boldsymbol{\Omega}_1^{\mathrm{T}}$ 得到公式(12)。对公式(27)两侧同时左乘矩阵 $\boldsymbol{\Omega}_2$，右乘矩阵 $\boldsymbol{\Omega}_2^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{\Omega}_2 = \mathbf{diag}\left\{\boldsymbol{X}^{-\mathrm{T}}, \boldsymbol{X}^{-\mathrm{T}}, \boldsymbol{X}^{-\mathrm{T}}, \boldsymbol{X}^{-\mathrm{T}}, \boldsymbol{X}^{-\mathrm{T}}, \boldsymbol{I}, \boldsymbol{I}, \boldsymbol{I}\right\}$，可得到公式(13)。因此，公式(26)、(27)可保证公式(12)、(13)成立。

公式(27)中的 $\bar{\boldsymbol{L}}_{22}$ 可通过公式(28)放缩得到，

$$-\boldsymbol{R}^{-1} = -\boldsymbol{X}\bar{\boldsymbol{R}}^{-1}\boldsymbol{X} \le \rho^2\bar{\boldsymbol{R}} - 2\rho\boldsymbol{X} \tag{28}$$

式中：ρ 为给定的正常数。

至此证明闭环控制系统均方渐近稳定且满足预设的 H_∞ 性能。

3 仿生遗传进化算法

由定理 2 可知，公式(26)、(27)是线性的，可通过 MATLAB 求解一组控制增益 $\boldsymbol{K}$。然而，在定理 2 证明过程中，采用不等式(28)进行放缩处理，将非线性项转化为线性项的同时，增加了控制器设计的保守性。因此，通过定理 2 得到的控制增益 $\boldsymbol{K}$ 是系统 H_∞ 性能的一个可行解，而非最优解。值得注意的是，系统 H_∞ 性能指标 r 会影响其动态性能，r 越小，系统的动态性能越好。为获得更好的系统动态性能，降低控制器设计的保守性，本文将最优控制问题建模为

$$\min_{\boldsymbol{K}} \ r \tag{29}$$

$$\text{subject to:} \quad (12)-(13) \tag{30}$$

上述最小化问题约束条件（公式(30)）中约束项（公式(13)）的元素 $\boldsymbol{M}_{21}$、$\boldsymbol{M}_{41}$、$\boldsymbol{M}_{51}$ 存在耦合项 $\boldsymbol{PBK}$。如果控制增益 $\boldsymbol{K}$ 已知，那么该非线性项可直接转化为线性项，进而可通过 LMI 求解约束问题。本文结合仿生遗传进化算法和 LMI 来求解最小化问题。基于仿生遗传进化算法的控制增益求解流程如图 2 所示，基于仿生遗传进化算法的控制增益求解算法如表 1 所示。

AUTOMATION & INFORMATION ENGINEERING

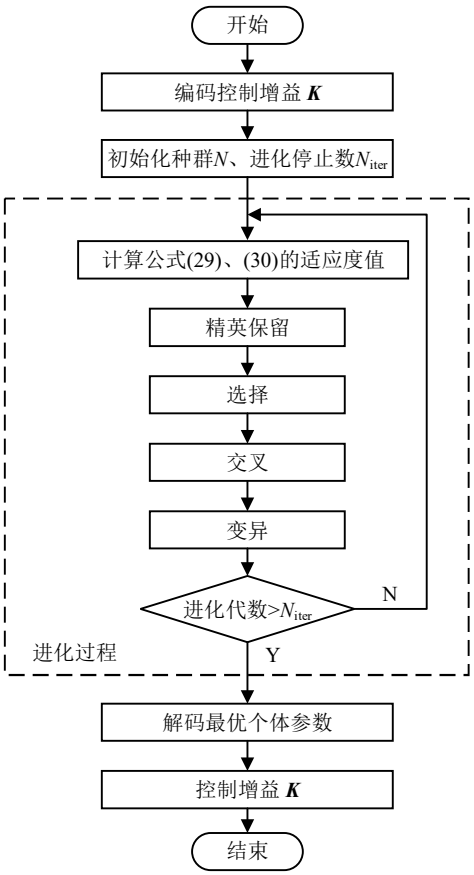


图 2　基于仿生遗传进化算法的控制增益求解流程

表 1　基于仿生遗传进化算法的控制增益求解算法

算法 1. 基于仿生遗传进化算法的控制增益求解算法

1）**参数编码：**闭环控制系统的控制增益 $\boldsymbol{K}\in\mathbb{R}^{k_x\times k_y}$ 存在 $k_x\times k_y$ 个变量。为编码参数，在搜索空间中将行向量 $\boldsymbol{\mathcal{H}}\in\mathbb{R}^{1\times\left(k_x\times k_y\right)}$ 作为种群个体表现型：

$$\boldsymbol{\mathcal{H}}\triangleq\left[\boldsymbol{K}_{11},\cdots,\boldsymbol{K}_{1k_y},\cdots,\boldsymbol{K}_{k_x1},\cdots,\boldsymbol{K}_{k_xk_y}\right]$$

2）**种群初始化：**根据定理 2 求解一组可行解，将其编码成 $\boldsymbol{\mathcal{H}}_0$ 并作为算法的初始值。设置种群规模为 N，种群个体在区间 $\left[0.2\boldsymbol{\mathcal{H}}_0,2\boldsymbol{\mathcal{H}}_0\right]$ 内随机生成。

3）**进化操作：**

适应度值计算，定义适应度函数 $F_f(r)=1/r^2$，若种群个体满足公式(12)、(13)的约束条件，则计算相应的适应度值；否则，将一个很小的数作为该个体的适应度值；

精英保留，依据概率 P_e 保留最优个体，且其不参与后续的交叉、变异操作；

选择，采用轮盘赌法进行选择操作；

交叉，依据概率 P_c 对两个种群个体的基因进行交叉操作；

变异，依据概率 P_m 对种群个体的基因进行突变。

4）**进化终止：**如果进化代数≤停止数 N_{iter}，则返回步骤 3）；否则，终止进化。

5）**参数解码：**解码最优个体的表现型。

注 3：定理 1（公式(13)）中除非线性项 $\boldsymbol{PBK}$ 外，还存在另一非线性项（ $\boldsymbol{L}_{22}$ 中的 $-\boldsymbol{R}^{-1}$ ）。本文通过等价变换将 $\boldsymbol{\Gamma}_1$、$\boldsymbol{\Gamma}_2$ 分别变换为 $\hat{\boldsymbol{\Gamma}}_1=\boldsymbol{R}\boldsymbol{\Gamma}_1$、$\hat{\boldsymbol{\Gamma}}_2=\boldsymbol{R}\boldsymbol{\Gamma}_2$，$\boldsymbol{L}_{22}$ 变换为 $\hat{\boldsymbol{L}}_{22}=\mathbf{diag}\{-\boldsymbol{R},-\boldsymbol{R},-\boldsymbol{I}\}$，由于控制增益 $\boldsymbol{K}$ 在算法 1 中是已知的，因此公式(12)、(13)由非线性约束转变为线性约束。

注 4：仿生遗传进化算法的初始种群质量会影响其进化效果。为此，本文将定理 2 求解得到的可行解作为算法 1 的初始值，并在可行解附近对种群个体进行随机初始化，以确保算法 1 的进化效果。

4　仿真实验

本实验通过仿真软件 MATLAB 以及求解工具箱 MOSEK 对所提理论进行验证。首先，基于四旋翼无人机系统的横向动力学模型，建立系统的状态空间方程；然后，通过 MOSEK 工具箱基于本文算法 1 求解该系统的控制增益；接着，结合本文提出的 DET 机制得到系统控制律；最后，通过差分法进行系统仿真，得到系统的仿真结果图。

假设四旋翼无人机系统的横向动力学建模为[29]

$$\begin{cases}\dot{l}(t)=\dfrac{Y_l}{V}l(t)+\left(\dfrac{Y_q}{V}-1\right)q(t)+\dfrac{Y_p}{V}p(t)+\dfrac{g}{V}r(t)+\\ \qquad\dfrac{Y_A}{V}\varphi_A(t)+\dfrac{Y_R}{V}\varphi_R(t)\\ \dot{p}(t)=D_l l(t)+D_q q(t)+D_p p(t)+D_A\varphi_A(t)+\\ \qquad D_R\varphi_R(t)\\ \dot{q}(t)=N_l l(t)+N_q q(t)+N_p p(t)+N_A\varphi_A(t)+\\ \qquad N_R\varphi_R(t)\\ \dot{r}(t)=p(t)\end{cases}$$

式中：$l(t)$、$p(t)$、$q(t)$、$r(t)$、$\varphi_A(t)$、$\varphi_R(t)$ 分别为四旋翼无人机系统的侧滑角、滚转角速率、偏

AUTOMATION & INFORMATION ENGINEERING

航角速率、滚转角、副翼偏转角、方向舵偏转角，其余的控制增益均为已知矩阵。

考虑四旋翼无人机系统的外部扰动[30]，该系统建模为

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{x}}(t)=\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}(t)+\boldsymbol{B}\boldsymbol{u}(t)+\boldsymbol{D}\boldsymbol{w}(t)\\ \boldsymbol{y}(t)=\boldsymbol{C}\boldsymbol{x}(t)\\ \boldsymbol{z}(t)=\boldsymbol{E}\boldsymbol{x}(t)+\boldsymbol{G}\boldsymbol{w}(t)\end{cases}$$

式中：$\boldsymbol{x}(t)=[l^{\mathrm{T}}(t),\ p^{\mathrm{T}}(t),\ q^{\mathrm{T}}(t),\ r^{\mathrm{T}}(t)]^{\mathrm{T}}$ 为系统向量，$\boldsymbol{u}(t)=[\varphi_A^{\mathrm{T}}(t),\ \varphi_R^{\mathrm{T}}(t)]^{\mathrm{T}}$ 为控制输入，$\boldsymbol{y}(t)$ 为系统输出，系统矩阵为

$$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}\dfrac{Y_l}{V} & \dfrac{Y_p}{V} & \left(\dfrac{Y_q}{V}-1\right) & \dfrac{g}{V}\\ D_l & D_p & D_q & 0\\ N_l & N_p & N_q & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0\end{bmatrix},\ \boldsymbol{B}=\begin{bmatrix}\dfrac{Y_A}{V} & \dfrac{Y_R}{V}\\ D_A & D_R\\ N_A & N_R\\ 0 & 0\end{bmatrix}$$

式中：$D_l=-12.9$，$D_q=0.387$，$D_p=-0.76$，$D_A=6.05$，$D_R=0.952$，$N_l=4.31$，$N_q=-2.67$，$N_p=0.024$，$N_A=-0.416$，$N_R=-1.76$，$Y_l/V=-0.76$，$Y_q/V=0.001$，$Y_p/V=0.009\,2$，$g/V=0.036\,9$，$Y_A/V=0.001\,2$，$Y_R/V=0.009\,2$，可得系统矩阵为

$$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}-0.76 & 0.009\,2 & -0.999 & 0.036\,9\\ -12.9 & -0.76 & 0.387 & 0\\ 4.31 & 0.024 & -2.67 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0\end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{B}=\begin{bmatrix}0.001\,2 & 0.009\,2\\ 6.05 & 0.952\\ -0.416 & -1.76\\ 0 & 0\end{bmatrix},\quad \boldsymbol{D}=\begin{bmatrix}0.1 & -0.2\\ 0.22 & 0\\ -0.19 & 0.27\\ -0.06 & 0.39\end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{C}=\begin{bmatrix}0.9 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 1.1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0.8 & 0\end{bmatrix},\quad \boldsymbol{E}=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0\end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{G}=\begin{bmatrix}0.02 & 0\\ 0 & 0.02\end{bmatrix}$$

系统扰动函数 $\boldsymbol{w}(t)=[\boldsymbol{w}_1^{\mathrm{T}}(t),\ \boldsymbol{w}_2^{\mathrm{T}}(t)]^{\mathrm{T}}$ 为 $\boldsymbol{w}_1(t)=\boldsymbol{w}_2(t)=2\mathrm{e}^{-0.2t}\sin(0.2t)$。

本文选择 $r=1$、$\eta_m=0.1$、$\rho=0.5$，FDI 攻击的相关参数 $\epsilon=0.1$、$\varrho=0.3$、$\beta=0.2$，DET 机制的相关参数 $\theta_1=1,\ \theta_2=0.1,\ \theta_3=0.2$，算法 1 的相关参数 $N_{\mathrm{iter}}=100,\ N=20,\ P_e=0.1,\ P_c=0.8,\ P_m=0.1$，通过算法 1 优化得到 $r^*=0.141\,9$ 及公式

$$\boldsymbol{\Phi}=\begin{bmatrix}0.820\,3 & 0.002\,2 & -0.374\,4 & 0.023\,7\\ 0.002\,2 & 0.001\,1 & -0.004\,0 & 0.001\,5\\ -0.374\,4 & -0.004\,0 & 0.189\,0 & -0.015\,5\\ 0.023\,7 & 0.001\,5 & -0.015\,5 & 0.002\,5\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{K}=\begin{bmatrix}2.685\,5 & -0.382\,2 & -0.169\,8 & -0.225\,2\\ -3.389\,9 & 0.094\,9 & 1.235\,1 & -0.016\,9\end{bmatrix}$$

本文的 FDI 攻击函数为

$$f(\boldsymbol{x}(t_kh))=0.4\mathrm{e}^{-0.01t}\boldsymbol{x}(t_kh)$$

将文献[31]方法与本文算法 1 进行仿真对比，结果如图 3~9 所示。

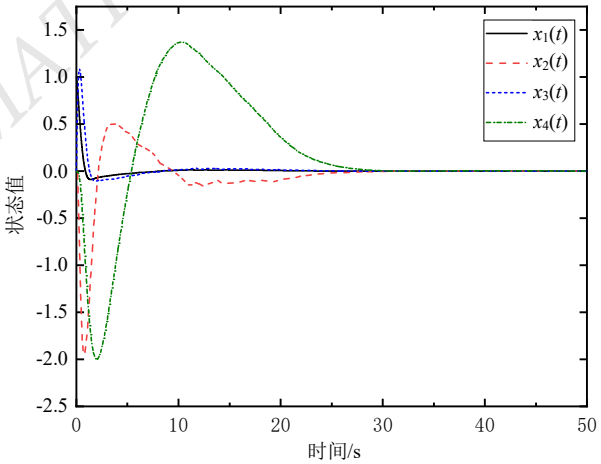


图 3　文献[31]方法的系统状态响应

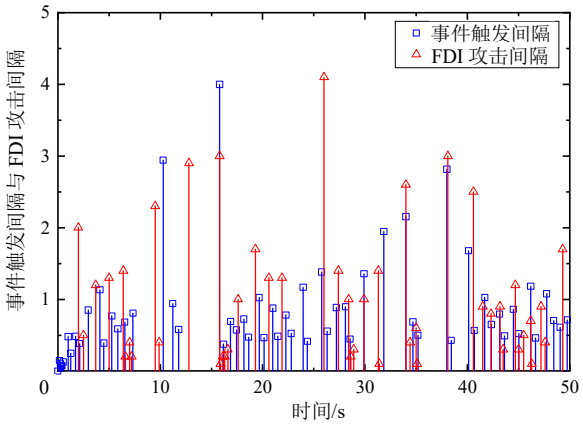


图 4　文献[31]方法的事件触发间隔与 FDI 攻击间隔

AUTOMATION & INFORMATION ENGINEERING

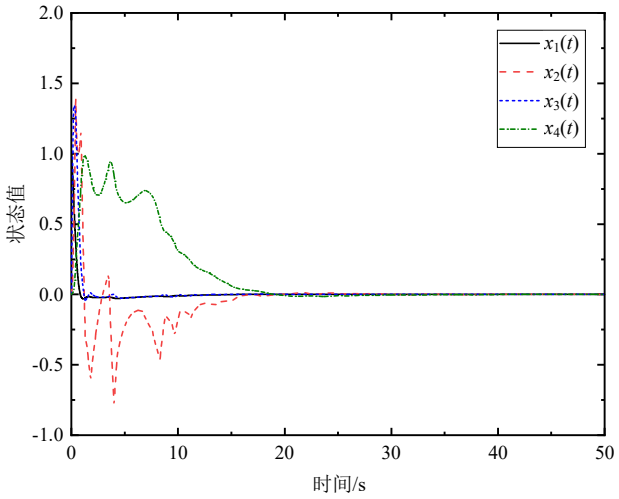


图 5　本文算法 1 的系统状态响应

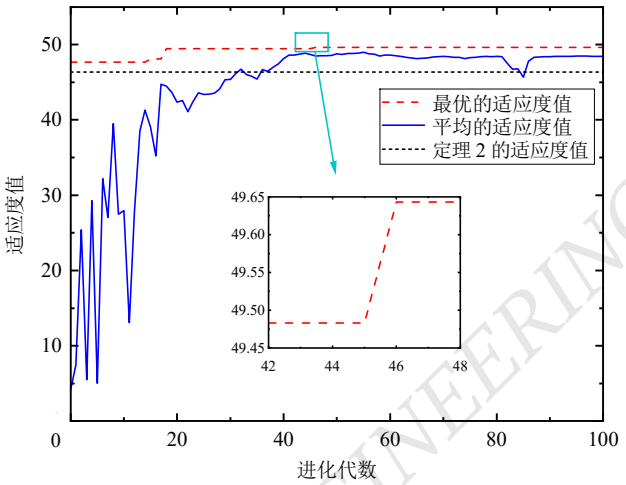


图 8　本文算法 1 的进化迭代图

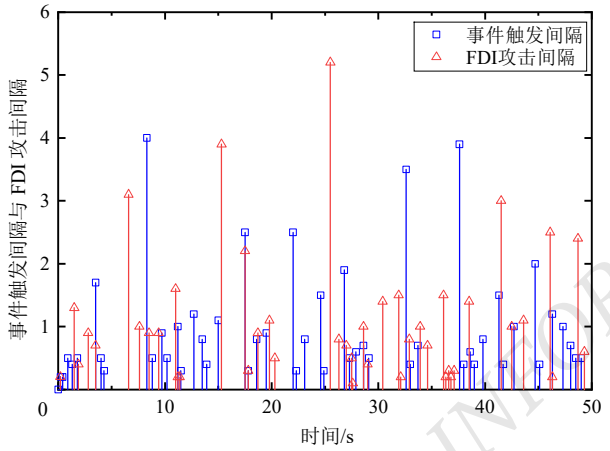


图 6　本文算法 1 的事件触发间隔与 FDI 攻击间隔

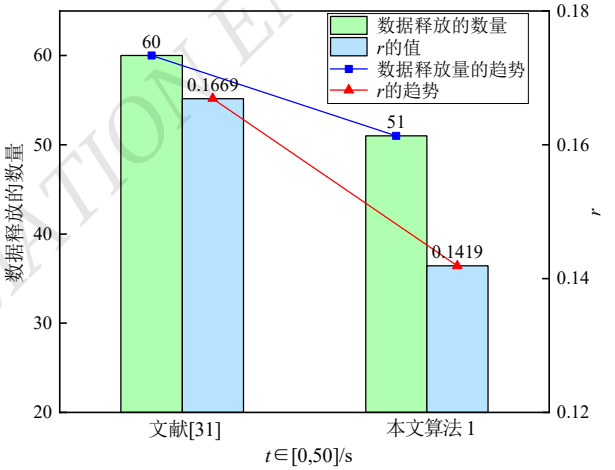


图 9　文献[31]方法与本文算法 1 的对比图

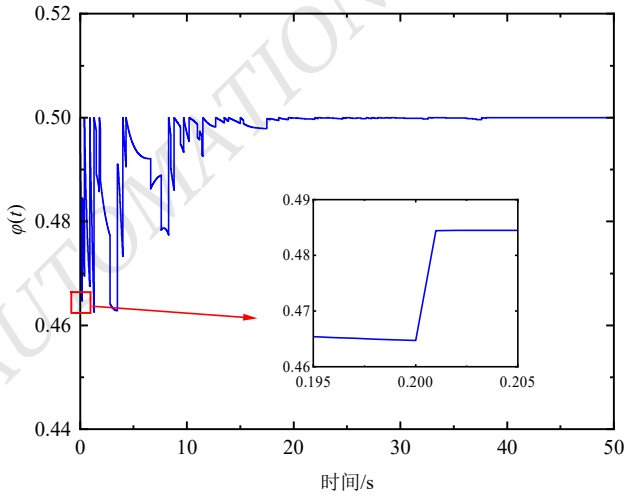


图 7　DET 机制的触发系数响应

由图 3 可知，采用文献[31]方法进行四旋翼无人机姿态控制，四旋翼无人机系统约在 32 s 收敛，表明该方法能够使系统渐近稳定。

由图 4 可知，采用文献[31]方法进行四旋翼无人机姿态控制，事件触发间隔与 FDI 攻击间隔较为稀疏，表明该方法能够节约网络通信资源。

由图 5 可知，采用本文算法 1 进行四旋翼无人机姿态控制，四旋翼无人机系统约在 19 s 收敛，表明相较于文献[31]方法，本文算法能够使系统快速渐近稳定。

由图 6 可知，采用本文算法 1 进行四旋翼无人机姿态控制，事件触发间隔与 FDI 攻击间隔更加稀疏，表明相较于文献[31]方法，本文提出的 DET 机制能进

AUTOMATION & INFORMATION ENGINEERING

一步节约网络通信资源。

由图 7 可知，DET 机制中的触发系数$\varphi(t)$随系统采样误差变化而变化，且随着系统趋于稳定，触发系数$\varphi(t)$趋于恒定值，表明 DET 机制能动态节约通信资源。

由图 8 可知，本文算法 1 在进化迭代过程中，最优适应度值趋于增大，平均适应度值始终低于最优适应度值，定理 2 适应度值低于最优适应度值，表明本文算法 1 可优化系统的H_∞性能指标。

由图 9 可知，在 50 s 内，本文算法 1 传输的数据比文献[31]方法少 15%，且优化后的H_∞性能指标r比文献[31]方法降低 14.98%，表明本文提出的 DET 机制能够有效节约网络通信资源；同时，融合仿生遗传进化算法与 LMI 的系统控制器，不仅确保系统渐近稳定，还改善了系统的动态性能。

5 结论

本文针对网络化控制系统，提出一种DET机制，在考虑网络带宽受限与FDI攻击的情况下，构建相应的闭环控制系统模型。通过李雅普诺夫稳定性方法推导出系统满足预设H_∞性能的均方渐近稳定充分条件。为得到更好的系统动态性能，提出一种融合仿生遗传进化算法与 LMI 的系统控制器。最后通过四旋翼无人机系统的仿真实验，验证了所提理论的有效性。未来可进一步探索网络化互联大系统的控制器设计与性能优化等问题。

©The author(s) 2024. This is an open access article under the CC BY-NC-ND 4.0 License (https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/)

参考文献

[1] HUANG L, SUN W, LI Q, et al. Optimal communication network design for discrete-time distributed secondary control of islanded microgrid[J]. IEEE Transactions on Smart Grid, 2024,15(6):5346-5357.

[2] 路平立,骆文城,杜长坤.基于动态事件驱动的多智能体系统预测控制[J].控制与决策,2024,39(12):3981-3988.

[3] 闫晶晶,张梦宇,马运亮.具有带宽约束和不可靠通信信道的Markov 跳变系统的混合事件/时间驱动 H_∞ 控制[J].控制与决策,2024,39(11):3681-3689.

[4] 孙辉辉,胡春鹤,张军国.事件触发式多智能体分层安全强化学习运动规划[J].控制与决策,2024,39(11):3755-3762.

[5] ZHAN W, MIAO Z, CHEN Y, et al. Event-triggered finite-time formation control for networked nonholonomic mobile robots under denial-of-service attacks[J]. IEEE Transactions on Network Science and Engineering, 2023,10(6):3754-3766.

[6] 罗振发.基于神经网络的非线性多智能体系统自适应脉冲控制[J].自动化与信息工程,2025,46(1):20-28;35.

[7] WANG F, HE S, ZHOU C, et al. Distributed practical finite-time formation control of quadrotor UAVs based on finite-time event-triggered disturbance observer[J]. IEEE Systems Journal, 2023,18(1):355-366.

[8] 李鸿一,王琰,姚得银,等.基于事件触发机制的多四旋翼无人机鲁棒自适应滑模姿态控制[J].中国科学(信息科学),2023,53(1):66-80.

[9] ZHANG B, SUN X, LV M, et al. Distributed coordinated control for fixed-wing UAVs with dynamic event-triggered communication[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2022,71(5):4665-4676.

[10] PENG C, ZHANG J, YAN H. Adaptive event-triggering H_∞ load frequency control for network-based power systems[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2017,65(2):1685-1694.

[11] 文辉,刘霞,杨勇.基于动态事件触发通信的时变时延遥操作系统的位置和力控制[J].信息与控制,2025,54(1):110-122.

[12] WANG X, SUN J, WANG G, et al. Data-driven control of distributed event-triggered network systems[J]. IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica, 2023,10(2):351-364.

[13] 马苗苗,李钰梅,崔婧,等.基于事件触发的互联电力系统分布式负荷频率预测控制[J].中国科学(信息科学),2023,53(7):1392-1403.

[14] PENG C, ZHANG J. Event-triggered output-feedback H_∞ control for networked control systems with time-varying sampling[J]. IET Control Theory & Applications, 2015,9(9):1384-1391.

[15] WU Z, WANG Y, XIONG J, et al. Static output feedback stabilization of networked control systems with a parallel-triggered scheme[J]. ISA Transactions, 2019,85: 60-70.

AUTOMATION & INFORMATION ENGINEERING

[16] SUN H T, CHEN X, ZHANG Z, et al. Data-driven event-triggered sliding mode secure control for autonomous vehicles under actuator attacks[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2024.

[17] 王昆玉,韦琳楠,田恩刚,等.DoS 攻击下网络控制系统的记忆型事件触发控制[J].信息与控制,2019,48(5):528- 535.

[18] 张文雨,徐勇,孙健,等.网络攻击下多智能体系统攻击检测设计与分布式弹性控制[J].自动化学报,2025,51(10):2347-2358.

[19] CHENG J, XIE L, ZHANG D, et al. Novel event-triggered protocol to sliding mode control for singular semi-Markov jump systems[J]. Automatica, 2023,151:110906.

[20] TIAN E, PENG C. Memory-based event-triggering H_∞ load frequency control for power systems under deception attacks [J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2020,50(11):4610-4618.

[21] XIA B, FAN S, DING L, et al. Distributed dynamic event-triggered resilient control for AC microgrids under FDI attacks [J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers, 2024,71(3):1406-1416.

[22] PENG C, SUN H. Switching-like event-triggered control for networked control systems under malicious denial of service attacks[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2020, 65(9):3943-3949.

[23] 靳其兵,苏奇新.基于改进布谷鸟算法的 PID 控制器整定新方法[J].信息与控制,2018,47(4):505-512.

[24] 胡智勇,龙祖强,古嘉盈,等.基于灰狼优化算法的模糊 PID 控制器参数优化[J].自动化与信息工程,2025,46(1):52-58.

[25] 张庆才,周春燕.基于智能模糊 PID 控制的无人机飞控研究[J].机电工程技术,2023,52(7):64-66;163.

[26] SONG J, ZHENG W X, NIU Y. Self-triggered sliding mode control for networked PMSM speed regulation system: A PSO-optimized super-twisting algorithm[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2021,69(1):763-773.

[27] SONG J, WANG Z, NIU Y, et al. Genetic-algorithm-assisted sliding-mode control for networked state-saturated systems over hidden Markov fading channels[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2020,51(7):3664-3675.

[28] XU H, YU T, REN C, et al. Finite-time decentralized sliding mode control for interconnected systems and its application to electrical power systems: A GA-assisted design method[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers, 2024,71(6):2835-2847.

[29] WU Z, WANG Y, XIONG J, et al. Switching periodic event-triggered H_∞ control for NCSs and its application to UAVs[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2023,73(4): 5078-5088.

[30] WANG Y L, LIM C C, Shi P. Adaptively adjusted event-triggering mechanism on fault detection for networked control systems[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2016, 47(8): 2299-2311.

[31] PENG C, YANG T C. Event-triggered communication and H_∞ control co-design for networked control systems[J]. Automatica, 2013,49(5):1326-1332.

作者简介：

张义军，男，1981 年生，博士研究生，教授，主要研究方向：智能机器人、先进仪器。E-mail: yijun@ahu.edu.cn

汪雪建，男，2002 年生，硕士研究生，主要研究方向：网络化控制系统、滑模控制。E-mail: wa24301115@stu.ahu.edu.cn

余涛（通信作者），男，1993 年生，博士研究生，副教授，主要研究方向：网络化控制、人工智能、集群无人机智能控制与优化。E-mail: yutao16@mail.ustc.edu.cn

AUTOMATION & INFORMATION ENGINEERING