本文引用格式：罗振发.基于神经网络的非线性多智能体系统自适应脉冲控制[J].自动化与信息工程,2025,46(1):20-28;35.
LUO Zhenfa. Adaptive pulse control of nonlinear multi-agent systems based on neural networks[J]. Automation & Information Engineering, 2025,46(1):20-28;35.

基于神经网络的非线性多智能体系统自适应脉冲控制*

罗振发

（广东工业大学，广东 广州 510006）

摘要：针对状态不可测和存在外部未知扰动的非线性多智能体系统的一致跟踪问题，提出一种基于神经网络的分布式自适应脉冲控制方案。首先，构建复合扰动观测器，解决系统状态不可测与外部未知扰动耦合作用下的系统状态感知问题；然后，通过自适应脉冲更新律，实现神经网络权值参数的快速估计，提升系统的瞬态性能；接着，结合脉冲动态系统的 Lyapunov 稳定性理论，证明了闭环系统的一致最终有界性；最后，通过多单臂机械手系统的仿真实验，验证了该方案的有效性及优越性。

关键词：非线性多智能体；径向基函数神经网络；自适应控制；脉冲控制；观测器

中图分类号：TP13; TP183; O231.2　　**文献标志码**：A　　**文章编号**：1674-2605(2025)01-0003-10

DOI：10.3969/j.issn.1674-2605.2025.01.003　　**开放获取**

Adaptive Pulse Control of Nonlinear Multi-agent Systems Based on Neural Networks

LUO Zhenfa

(Guangdong University of Technology, Guangzhou 510006, China)

Abstract: A distributed adaptive pulse control scheme based on neural networks is proposed for the consistent tracking problem of nonlinear multi-agent systems with unmeasurable states and external unknown disturbances. Firstly, construct a composite disturbance observer to solve the problem of system state awareness under the coupling of unmeasurable system states and external unknown disturbances. Then, by using an adaptive pulse update law, the neural network weight parameters can be quickly estimated to improve the transient performance of the system. Furthermore, based on the Lyapunov stability theory of pulse dynamic systems, it is proved that all signals in the closed-loop system are uniformly ultimately bounded. Finally, the effectiveness and superiority of the proposed scheme were verified through simulation experiments of a multi arm robotic arm system.

Keywords: nonlinear multi-agent system; radial basis function neural network; adaptive control; pulse control; observer

0　引言

多智能体系统通过多个子系统之间的协同合作来完成各类复杂任务，广泛应用于机器人、航天器和无人机等领域[1-3]。一致跟踪控制作为多智能体系统协同合作的基本问题之一，吸引了大批学者开展研究，并取得了一定成果[4-6]。但这些研究大多集中于线性多智能体系统。对于非线性多智能体系统，特别是不确定非线性多智能体系统，其一致跟踪控制没有得到充分研究。

随着人工智能技术的快速发展，神经网络因具有良好的非线性逼近能力，被广泛应用于不确定非线性系统的自适应控制设计中。文献[7]针对高阶非线性多智能体系统，提出一种基于观测器的自适应神经网络一致跟踪控制策略，解决了系统状态不可测的问题。文献[8]讨论了不确定非线性系统的自适应神经网络输出反馈控制问题，通过其设计的干扰观测器，避免了未知扰动的影响。文献[9]提出一种基于最小学习参数的分布式多智能体系统的自适应神经网络一致跟踪控制协议，有效减少了在线学习的参数量。在自适

*基金项目：国家自然科学基金面上项目（62276070）

应神经网络控制设计中，神经网络权值参数的估计十分重要，快速的自适应权值参数估计，可以改善系统的瞬态性能，获得更好的控制效果。为此，文献[10-11]设计了一种预估器来代替传统的动态面误差，由于预估误差具有额外的可调参数，加快了神经网络权值参数的估计速率，但额外的预估器使系统控制结构更加复杂，并增加了计算负担。因此，为了获得更好的瞬态性能，仍需进一步研究自适应神经网络控制。

脉冲控制可以提高系统的控制性能，具有控制动作快、结构简单、鲁棒性强等特点，在实际系统工程中得到广泛的研究与应用。文献[12]设计了脉冲反馈控制律，对给定的参考信号具有较好的跟踪效果。文献[13]引入脉冲观测器，通过合理利用原始输出来改善跟踪性能。文献[14]设计了自适应脉冲反馈控制方案，有效提高了系统的同步性能。将脉冲控制与自适应神经网络控制相结合，可获得更好的系统瞬态性能，这对控制理论的研究和应用具有重要意义。

本文针对状态不可测和存在外部未知扰动的非线性多智能体系统，设计一种基于神经网络的分布式自适应脉冲控制方案，以实现多智能体系统的一致跟踪控制。首先，构建复合扰动观测器，同时考虑了外部扰动和神经网络逼近误差，提高了系统的控制性能；然后，提出一种自适应脉冲更新律，实现神经网络权值参数的快速估计；接着，基于反步递推方法，设计自适应脉冲控制器；最后，建立一个脉冲动态系统，利用扩展的 Lyapunov 稳定性理论，证明了闭环系统的一致最终有界性。

1　相关内容

1.1　图论知识

假设多智能体系统的拓扑结构是一个无向图，表示为$G=\left(V,\varepsilon,\boldsymbol{A}\right)$，其中，$V=\left\{v_1,v_2,...,v_N\right\}$为节点集，$v_i$为智能体$i$；$\varepsilon=V\times V$ 为边集；$\boldsymbol{A}=[a_{ij}]$为具有非负邻接元素的邻接矩阵。$e_{ij}=(v_i,v_j)$ 表示图G的边，且$e_{ij}=(v_i,v_j)\in\varepsilon$。当且仅当存在从智能体 i 到智能体 j 的信息传递时，a_{ij} 表示从智能体 i 到智能体 j 的通信质量，即$e_{ij}\in\varepsilon\Leftrightarrow a_{ij}>0$；否则$a_{ij}=0$。特别地，$a_{ii}=0$，且对于无向图规定$a_{ij}=a_{ji}$。$\mathcal{N}_i=\{j,(v_i,v_j)\in\varepsilon\}$为$v_i$的邻居集合。假设$d_i=\sum_{j\in\mathcal{N}_i}a_{ij}$，$\boldsymbol{B}=\mathrm{diag}\{b_1,...,b_N\}$为智能体$i$和领导者之间的通信权重，当且仅当智能体$i$和领导者之间存在通信连接时，$b_i>0$；否则$b_i=0$，且至少存在一个跟随者与领导者相连接。

1.2　问题描述

一个带有N个跟随者的非线性多智能体系统的动力学模型为

$$\begin{aligned}&\dot{x}_{i,k}=x_{i,k+1}\\&\dot{x}_{i,n_i}=u_i+f_i\left(\boldsymbol{x}_i\right)+r_i\\&y_i=x_{i,1}\end{aligned}\tag{1}$$

式中：$\boldsymbol{x}_i=\left[x_{i,1},x_{i,2},...,x_{i,n_i-1}\right]^{\mathrm{T}}$为第$i$个智能体的状态向量，$i=1,2,...,N,k=1,2,..1,n_i-1$，$n_i$为第$i$个智能体的系统阶数，$f_i\left(\boldsymbol{x}_i\right)$为未知的光滑非线性函数，$r_i$为未知有界扰动，$u_i$、$y_i$分别为第$i$个智能体的输入和输出。

根据图论知识，定义动态面误差为

$$\begin{aligned}&z_{i,1}=\sum_{j\in\mathcal{N}_i}a_{ij}\left(\hat{y}_i-\hat{y}_j\right)+b_i\left(\hat{y}_i-y_r\right)\\&z_{i,\xi}=\hat{x}_{i,\xi}-\alpha_{i,\xi-1}\end{aligned}\tag{2}$$

式中：$\xi=2,...,n_i$，$\alpha_{i,\xi-1}$为系统反推设计过程中的虚拟控制律，y_r为领导者输出。

基于文献[20]的讨论，为确保跟随者的输出一致跟踪领导者的输出，需做出以下假设：

1） 领导者的输出y_r是光滑的；

2） 在多智能体系统的拓扑图中，任意节点邻居集都不为空。

1.3　RBF 神经网络

本文利用径向基函数（radial basis function, RBF）神经网络逼近多智能体系统的未知非线性函数：

$$f(\boldsymbol{W},\boldsymbol{x})=\boldsymbol{W}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\varphi}(\boldsymbol{x})\tag{3}$$

式中：$\boldsymbol{W}$ 为 RBF 神经网络权重向量；$\boldsymbol{x}$ 为输入层的输入向量；$\boldsymbol{\varphi}(\boldsymbol{x})=[\varphi_1,\varphi_2,\ldots,\varphi_l]^{\mathrm{T}}$ 为高斯基函数向量，l 为神经网络的节点数量。

选择高斯函数作为 RBF 神经网络的基函数，有

$$\varphi_1=\exp\left(-\frac{\|x-\mu_i\|^2}{\omega_i^2}\right) \tag{4}$$

式中：μ_i、ω_i 分别为高斯函数的中心、宽度。

定义 $\boldsymbol{W}^*$ 为 RBF 神经网络逼近非线性函数的最优权重，则有

$$f(x)=\boldsymbol{W}^{*\mathrm{T}}\boldsymbol{\varphi}(x)+\epsilon(x) \tag{5}$$

式中：$\epsilon(x)$ 为 RBF 神经网络最小逼近误差，且满足 $|\epsilon(x)|\le\epsilon^*$。

引理 1[21]：$\bar{\boldsymbol{x}}_m=[x_1,\ldots,x_m]^{\mathrm{T}}$ 表示 RBF 神经网络的基函数向量，考虑 $\Phi(\bar{\boldsymbol{x}}_m)=[\Phi_1(\bar{\boldsymbol{x}}_m),\ldots,\Phi_l(\bar{\boldsymbol{x}}_m)]^{\mathrm{T}}$，若 $m<n$，则有

$$\|\Phi(\bar{\boldsymbol{x}}_n)\|^2\le\|\Phi(\bar{\boldsymbol{x}}_m)\|^2$$

1.4 脉冲动态系统

考虑具有如下形式的脉冲动态系统：

$$\dot{\boldsymbol{\psi}}_d=F(\boldsymbol{\psi}_d),\ \boldsymbol{\psi}_d\notin I,\ \boldsymbol{\psi}_d\in U \tag{6}$$

$$\Delta\boldsymbol{\psi}_d=H(\boldsymbol{\psi}_d),\ \boldsymbol{\psi}_d\in I,\ \boldsymbol{\psi}_d\in U \tag{7}$$

式中：$\boldsymbol{\psi}_d\in U\subset\mathbb{R}^{n_{\psi d}}$ 为状态向量，$F(\boldsymbol{\psi}_d)$ 和 $H(\boldsymbol{\psi}_d)$ 分别为脉冲间隔动态和脉冲动态，I 为 $\boldsymbol{\psi}_d$ 的脉冲集合。

定义 1[22]：考虑系统初始值 $\boldsymbol{\psi}_d(0)=\boldsymbol{\psi}_{d0}$，若有 $\|\boldsymbol{\psi}_{d0}\|<\mu$，存在 $T=T(\mu,\vartheta)>0$，使 $t>t_0+T$ 时，$\|\boldsymbol{\psi}_d(t)\|<\vartheta$，则系统(6)、(7)一致最终有界。

定义 2[23]：当连续函数 $v:[0,\vartheta)\to[0,\infty)$ 严格递增且 $v(0)=0$，则称其为 $\mathcal{K}$ 类函数；如果 $r\to\infty$ 时，$v(r)\to\infty$，则称其为 $\mathcal{K}_\infty$ 类函数。

引理 2[22]：针对非线性脉冲动态系统(6)、(7)，假设存在连续可微的函数 $V:U\to\mathbb{R}$、$\mathcal{K}$ 类函数 v 和 ω，以及连续函数 $\Psi:U\to\mathbb{R}$ 对任意 $\|\boldsymbol{\psi}_d\|>\eta$ 有 $\Psi(\boldsymbol{\psi}_d)>0$，且公式(8)~(10)均成立：

$$v(\|\boldsymbol{\psi}_d\|)\le V(\boldsymbol{\psi}_d)\le\omega(\|\boldsymbol{\psi}_d\|),\boldsymbol{\psi}_d\in U \tag{8}$$

$$\dot{V}(\boldsymbol{\psi}_d)\le-\Psi(\boldsymbol{\psi}_d),\boldsymbol{\psi}_d\notin I,\|\boldsymbol{\psi}_d\|>\eta \tag{9}$$

$$\Delta V(\boldsymbol{\psi}_d)\le 0,\boldsymbol{\psi}_d\in I,\|\boldsymbol{\psi}_d\|\ge\eta \tag{10}$$

式中：若 $\eta>0$，$\dot{V}(\boldsymbol{\psi}_d)=\dfrac{\partial V}{\partial\boldsymbol{\psi}_d}F(\boldsymbol{\psi}_d)$，$\Delta V(\boldsymbol{\psi}_d)=V(\boldsymbol{\psi}_d+H(\boldsymbol{\psi}_d))-V(\boldsymbol{\psi}_d)$，且 $\varpi=\sup_{\boldsymbol{\psi}_d\in I}\cdot V(\boldsymbol{\psi}_d+H(\boldsymbol{\psi}_d))$ 存在，则非线性脉冲动态系统(6)、(7)一致最终有界。

2 方案设计

首先，设计复合扰动观测器，用于处理系统不可测状态与外部未知扰动；然后，基于反步递推方法设计自适应脉冲控制器。基于神经网络的分布式自适应脉冲控制方案设计示意图如图 1 所示。

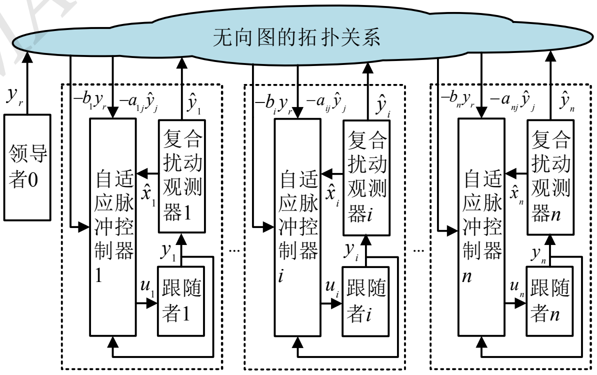

图 1 基于神经网络的分布式自适应脉冲控制方案设计示意图

2.1 复合扰动观测器

首先，通过 RBF 神经网络 $M_i^{*\mathrm{T}}S_i(\hat{x}_i)$ 逼近未知非线性函数 $\lambda_i f_i(\hat{x}_i)$，则系统(1)可改写成

$$\begin{aligned}\dot{x}_{i,k}&=x_{i,k+1}\\ \dot{x}_{i,n_i}&=u_i+\frac{M_i^{*\mathrm{T}}S_i}{\lambda_i}+D_i\\ y_i&=x_{i,1}\end{aligned} \tag{11}$$

式中：$D_i=f_i(x_i)-f_i(\hat{x}_i)+r_i+(1/\lambda_i)\epsilon_i(\hat{x}_i)$ 为复合扰动，不仅包括外部扰动，还包括 RBF 神经网络

的逼近误差，且假设存在正数 $\bar{d}_i$，使 $|\dot{D}_i| < \bar{d}_i$ 成立。

然后，设计智能体 i 的状态观测器为

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}_{i,k} &= \hat{x}_{i,k+1} + l_{i,k}(y_i - \hat{x}_{i,1}) \\ \dot{x}_{i,n_i} &= u_i + \frac{\hat{M}_i^{*\mathrm{T}} S_i}{\lambda_i} + l_{i,n_i}(y_i - \hat{x}_{i,1}) + \hat{D}_i \\ \hat{y}_i &= \hat{x}_{i,1} \end{aligned} \tag{12}$$

式中：$\hat{M}_i^*$ 和 $\hat{D}_i$ 为自身的估计值，$l_{i,k}$ 为状态观测器的增益。

定义观测误差为 $e_i = [e_{i,1},\dots,e_{i,n_i}]^{\mathrm{T}}$，$e_{i,k} = x_{i,k} - \hat{x}_{i,k}$，公式(11)、(12)相减，可得到误差动力学方程为

$$\dot{e}_i = \boldsymbol{A}_i e_i + \bar{\boldsymbol{\zeta}}_i + \bar{\boldsymbol{D}}_i \tag{13}$$

式中：$\boldsymbol{A}_i = \begin{bmatrix} -l_{i,1} & & & \\ -l_{i,2} & I_{(n_i-1)\times(n_i-1)} & & \\ \vdots & & & \\ -l_{i,n_i} & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}$，$\zeta_i = (M_i^{*\mathrm{T}} S_i - \hat{M}_i^{*\mathrm{T}} S_i)/\lambda_i$，$\bar{\boldsymbol{D}}_i = [0,\dots,D_i - \hat{D}_i]^{\mathrm{T}}$，$\bar{\boldsymbol{\zeta}}_i = [0,\dots,\zeta_i]^{\mathrm{T}}$。

考虑正定对称 $P_i = P_i^{\mathrm{T}} > 0$，存在正定对称矩阵 $\boldsymbol{Q}_i$，使得

$$\boldsymbol{A}_i^{\mathrm{T}} P_i + P_i \boldsymbol{A}_i = -2\boldsymbol{Q}_i \tag{14}$$

最后，设计复合扰动观测器为

$$\begin{aligned} \hat{D}_i &= \hat{s}_i + \lambda_i x_{i,n_i} \\ \dot{\hat{s}}_i &= -\hat{M}_i^{*\mathrm{T}} S_i - \lambda_i(u_i + \hat{D}_i) \end{aligned} \tag{15}$$

式中：$s_i = D_i - \lambda_i x_{i,n_i}$。

定义扰动估计误差 $\tilde{s}_i = s_i - \hat{s}_i$，则有

$$\dot{\tilde{s}}_i = \dot{D}_i - \tilde{M}_i^{*\mathrm{T}} S_i - \lambda_i(\tilde{s}_i + \lambda_i e_{i,n_i}) \tag{16}$$

本文设计的复合扰动观测器同时考虑了非线性观测误差 $f_i(x_i) - f_i(\hat{x}_i)$、RBF 神经网络的最小逼近误差 $\epsilon_i(\hat{x}_i)$ 和未知有界扰动 r_i，在此基础上提出的控制方案能在一定程度上改善一致跟踪控制性能。

为了提高多智能体系统的状态观测速率，本文设计的自适应脉冲更新律为

$$\dot{\hat{M}}_i^* = -\varrho_i \tilde{s}_i S_i - \rho_i \hat{M}_i^*, t \in [t_k, t_{k+1}) \tag{17}$$

$$\Delta \hat{M}_i^* = \varphi_i \tanh(\chi_i \tilde{s}_i) S_i - \kappa_i \hat{M}_i^*, t = t_k \tag{18}$$

式中：ϱ_i、ρ_i、φ_i、χ_i、κ_i 均为设计参数，$\tanh(\chi_i \tilde{s}_i)$ 为双曲正切函数，t_k 为脉冲时刻。

本文设计的自适应脉冲更新律，可在不产生高频振荡信号的前提下，快速自适应估计 RBF 神经网络的权值参数，从而提高多智能体系统的状态观测速率，改善系统瞬态性能。

2.2 自适应脉冲控制器

通过反步递推方法设计自适应脉冲控制器，使跟随者输出 y_i 一致跟踪领导者输出 y_r。定义一个范数最大值 $\theta_i = \max\left\{\left\|W_{i,j}^*\right\|^2, j = 1,\dots,n_i\right\}, i = 1,\dots,N$；再进行反步递推设计：

第一步：选取部分 Lyapunov 函数 $V_{i,1}$：

$$V_{i,1} = \frac{1}{2}(V_{i,0} + z_{i,1}^2) \tag{19}$$

式中：$V_{i,0} = e_i^{\mathrm{T}} P_i e_i + (\tilde{\theta}_i^2/\delta_i)$，$\tilde{\theta}_i = \theta_i - \hat{\theta}_i$。

$V_{i,1}$ 的导数为

$$\begin{aligned} \dot{V}_{i,1} &= e_i^{\mathrm{T}} P_i \dot{e}_i + z_{i,1}\dot{z}_{i,1} - \frac{\tilde{\theta}_i}{\delta_i}\dot{\hat{\theta}}_i = \\ &-\frac{1}{2} e_i^{\mathrm{T}} [A_i^{\mathrm{T}} P_i + P_i A_i] e_i + \\ &e_i^{\mathrm{T}} P_i (\bar{\zeta}_i + \bar{D}_i) + z_{i,1}[h_{i,1}(\varpi_{i,1}) + \\ &(d_i + b_i)(l_{i,1} e_{i,1} + z_{i,2} + \alpha_{i,1}) - \\ &\sum_{j\in\mathcal{N}_i} a_{ij} l_{j,1} e_{j,1}] - \frac{d_i}{2} z_{i,1}^2 - \frac{\tilde{\theta}_i}{\delta_i}\dot{\hat{\theta}}_i \end{aligned} \tag{20}$$

式中：$h_{i,1}(\varpi_{i,1}) = -b_i \dot{y}_r - \sum_{j\in\mathcal{N}_i} a_{ij}\hat{x}_{j,2} + \frac{d_i}{2} z_{i,1}$。

利用 RBF 神经网络对 $h_{i,1}(\varpi_{i,1})$ 逼近，则有

$$h_{i,1}(\varpi_{i,1}) = W_{i,1}^{*\mathrm{T}} S_{i,1}(\varpi_{i,1}) + \epsilon_{i,1}(\varpi_{i,1}) \tag{21}$$

式中：$\epsilon_{i,1}(\varpi_{i,1})$ 满足 $\left|\epsilon_{i,1}(\varpi_{i,1})\right| < \epsilon_{i,1}^{*}$。

分布式虚拟控制律为

$$
\alpha_{i,1} = -l_{i,1}(y_i - \hat{x}_{i,1}) - \frac{1}{b_i + d_i} \times \left(\left(c_{i,1} + \frac{1}{2} \right) z_{i,1} + \frac{\hat{\theta}_i}{2q_{i,1}^2} z_{i,1} \left\| \bar{S}_{i,1} \right\|^2 \right) \tag{22}
$$

第 $\xi(\xi = 2,...,n_i - 1)$ 步：选取部分 Lyapunov 函数 $V_{i,\xi}$：

$$
V_{i,\xi} = V_{i,\xi-1} + \frac{1}{2} z_{i,\xi}^2 \tag{23}
$$

定义第 ξ 个逼近的非线性函数 $h_{i,\xi}$ 为

$$
\begin{aligned}
h_{i,\xi} = &-\sum_{\tau=0}^{\xi-1} \frac{\partial \alpha_{i,\xi-1}}{\partial y_r^{\tau}} y_r^{\tau+1} - \frac{\partial \alpha_{i,\xi-1}}{\partial x_{i,1}} x_{i,2} - \\
&\sum_{\tau=1}^{\xi-1} \frac{\partial \alpha_{i,\xi-1}}{\partial \hat{x}_{i,\tau}} \dot{\hat{x}}_{i,\tau} - \sum_{\tau=1}^{\xi-1} \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \frac{\partial \alpha_{i,\xi-1}}{\partial \hat{x}_{j,\tau}} \dot{\hat{x}}_{j,\tau} - \\
&\Omega_{i,\xi} + (\bar{d}_i + \bar{b}_i) z_{i,\xi-1}
\end{aligned} \tag{24}
$$

式中：当 $\xi = 2$ 时，$\bar{d}_i + \bar{b}_i = d_i + b_i$，其余情况下 $\bar{d}_i + \bar{b}_i = 1$；$\Omega_{i,\xi}$ 为 $(\partial \alpha_{i,\xi-1} / \partial \hat{\theta}_i) \dot{\hat{\theta}}_i$ 的补偿项，受文献[24]启发，$\Omega_{i,\xi}$ 可描述为

$$
\begin{aligned}
\Omega_{i,\xi} = &-\sigma \hat{\theta}_i \frac{\partial \alpha_{i,\xi-1}}{\partial \hat{\theta}_i} - \sum_{\tau=2}^{\xi} \frac{\delta_i z_{i,\xi}}{2q_{i,\xi}^2} \left| \frac{\partial \alpha_{i,\tau-1}}{\partial \hat{\theta}_i} z_{i,\tau} \right| + \\
&\sum_{\tau=1}^{\xi-1} \frac{\partial \alpha_{i,\xi-1}}{\partial \hat{\theta}_i} \frac{\delta_i}{2q_{i,\tau}^2} z_{i,\tau}^2 \left\| \bar{S}_{i,\tau} \right\|^2
\end{aligned} \tag{25}
$$

分布式虚拟控制器 $\alpha_{i,\xi}$ 为

$$
\alpha_{i,\xi} = -l_{i,\xi}(y_i - \hat{x}_{i,1}) - \left(c_{i,\xi} + \frac{1}{2} \right) z_{i,\xi} - \frac{\hat{\theta}_i}{2q_{i,\xi}^2} z_{i,\xi} \left\| \bar{S}_{i,\xi} \right\|^2 \tag{26}
$$

第 n_i 步：选取部分 Lyapunov 函数 V_{i,n_i}：

$$
V_{i,n_i} = V_{i,n_i-1} + \frac{1}{2} \left[z_{i,n_i}^2 + \tilde{s}_i^2 + \frac{\tilde{M}_i^{*\mathrm{T}} \tilde{M}_i^*}{\varrho_i} \right] \tag{27}
$$

定义第 n_i 个逼近的非线性函数 h_{i,n_i} 为

$$
\begin{aligned}
h_{i,n_i} = &-\sum_{\tau=0}^{n_i-1} \frac{\partial \alpha_{i,n_i-1}}{\partial y_r^{\tau}} y_r^{\tau+1} - \frac{\partial \alpha_{i,n_i-1}}{\partial x_{i,1}} x_{i,2} + \hat{D}_i - \\
&\sum_{\tau=1}^{n_i-1} \frac{\partial \alpha_{i,n_i-1}}{\partial \hat{x}_{i,\tau}} \dot{\hat{x}}_{i,\tau} - \sum_{\tau=1}^{n_i-1} \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \frac{\partial \alpha_{i,n_i-1}}{\partial \hat{x}_{j,\tau}} \dot{\hat{x}}_{j,\tau} - \\
&\Omega_{i,n_i} + (\bar{d}_i + \bar{b}_i) z_{i,n_i-1} + \frac{M_i^{*\mathrm{T}} S_i}{\lambda_i}
\end{aligned} \tag{28}
$$

最终，自适应脉冲控制器和自适应脉冲更新律分别为

$$
u_i = -l_{i,n_i}(y_i - \hat{x}_{i,1}) - \left(c_{i,n_i} + 1 \right) z_{i,n_i} - \frac{\hat{\theta}_i}{2q_{i,n_i}^2} z_{i,n_i} \left\| \bar{S}_{i,n_i} \right\|^2 \tag{29}
$$

$$
\dot{\hat{\theta}}_i = \sum_{\tau=1}^{n_i} \frac{\delta_i}{2q_{i,\tau}^2} z_{i,\tau}^2 \left\| \bar{S}_{i,\tau} \right\|^2 - \sigma_i \hat{\theta}_i \tag{30}
$$

通过引理 1 以及不等式放缩方法，可将 V_{i,n_i} 的导数化简为

$$
\begin{aligned}
\dot{V}_{i,n_i} \le &-e_i^{\mathrm{T}} [Q_i - \Pi_i] e_i - \sum_{\tau=1}^{n_i} c_{i,\tau} z_{i,\tau}^2 + \\
&\frac{\left\| \tilde{M}_i^* \right\|^2}{\beta_i} - \left(\lambda_i - 2 \right) \tilde{s}_i^2 + \frac{1}{2} \lambda_i^4 e_{i,n_i}^2 + \\
&\frac{1}{2} \bar{d}_i^2 + \sum_{j \in \mathcal{N}_i} a_{ij} \frac{l_{j,1}^2}{2} e_{j,1}^2 + \frac{\left\| \tilde{M}_i^* \right\|^2}{2\lambda_i} + \\
&\frac{\rho_i}{\varrho_i} \tilde{M}_i^{*\mathrm{T}} \hat{M}_i^* + \frac{\sigma_i}{\delta_i} \tilde{\theta}_i \hat{\theta}_i + \nu_{i,n_i}
\end{aligned} \tag{31}
$$

式中：$\Pi_i = \left(\frac{\beta_i}{\lambda_i} \left\| P_i \right\|^2 \left\| S_i \right\|^2 + \frac{1}{2} \left\| P_i \right\|^2 + \lambda_i^2 \right) \otimes I_{n_i \times n_i}$，$\nu_{i,n_i} = \frac{1}{2} \sum_{\tau=1}^{n_i} \left(q_{i,\tau}^2 + \epsilon_{i,\tau}^{*2} \right)$。

3 稳定性分析

首先，基于神经网络的分布式自适应脉冲控制方案建立一个脉冲动态系统，并给出主要的稳定性结果；然后，分别分析脉冲间隔动态和脉冲动态；最后，给出闭环系统的稳定性证明。

系统的脉冲间隔动态可以描述为

$$
\dot{\psi}_i = F_i(\psi_i), t \in [t_k, t_{k+1}) \tag{32}
$$

式中：$\psi_i=[z_{i,1},\ldots,z_{i,n_i},e_i^{\mathrm{T}},\tilde{s}_i,\tilde{\theta}_i,\tilde{M}_i^{*\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$。

根据自适应脉冲更新律公式(18)，可得$\Delta\tilde{M}_i^*=-\Delta\hat{M}_i^*$。此外，其他误差参数在脉冲时刻均未发生跳变，则有

$$\Delta\psi_i=H_i(\psi_i),t=t_k \tag{33}$$

式中：$H_i(\psi_i)=[\mathbf{0}_{1\times(2n_i+2)},-\Delta\hat{M}_i^*]^{\mathrm{T}}$，$\mathbf{0}_{1\times(2n_i+2)}$为维数为$2n_i+2$的全零行向量。

基于上述讨论，本文的稳定性结论如下：

定理 1：考虑多智能体系统(1)，其拓扑结构可用无向图描述，假设 1）、2）均成立；同时考虑实际控制输入(29)和虚拟控制(22)、(26)，以及自适应脉冲更新律(17)、(18)、(30)，对于有界初始条件，可以保证闭环系统所有信号都是一致最终有界的。

选取 Lyapunov 函数为

$$V=\sum_{i=1}^{N}V_{i,n_i} \tag{34}$$

分别分析脉冲间隔动态和脉冲动态，证明闭环系统的稳定性。

当系统属于脉冲间隔动态时，由不等式放缩，可得

$$\frac{\rho_i}{\varrho_i}\tilde{M}_i^{*\mathrm{T}}\hat{M}_i^*\le-\frac{\rho_i}{2\varrho_i}\left\|\tilde{M}_i^*\right\|^2+\frac{\rho_i}{2\varrho_i}\left\|M_i^*\right\|^2 \tag{35}$$

$$\frac{\sigma_i}{\delta_i}\tilde{\theta}_i\hat{\theta}_i\le-\frac{\sigma_i}{2\delta_i}\tilde{\theta}_i^2+\frac{\sigma_i}{2\delta_i}\theta_i^2 \tag{36}$$

结合公式(31)、(35)、(36)，可得

$$\begin{aligned}\dot{V}\le&-\sum_{i=1}^{N}e_i^{\mathrm{T}}(Q_i-\Pi_i-\Theta_i)e_i-\sum_{i=1}^{N}\frac{\sigma_i}{2\delta_i}\tilde{\theta}_i^2-\\&\sum_{i=1}^{N}\sum_{\tau=1}^{n_i}c_{i,\tau}z_{i,\tau}^2-\sum_{i=1}^{N}\left(\frac{\rho_i}{2\varrho_i}-\frac{1}{\beta_i}-\frac{1}{2\lambda_i}\right)\times\\&\left\|\tilde{M}_i^*\right\|^2-\sum_{i=1}^{N}(\lambda_i-2)\tilde{s}_i^2+\sum_{i=1}^{N}\Big[v_{i,n_i}+\\&\frac{1}{2}\bar{d}_i^2+\frac{\rho_i}{2\varrho_i}\left\|M_i^*\right\|^2+\frac{\sigma_i}{2\delta_i}\theta_i^2\Big]\end{aligned} \tag{37}$$

式中：$\Theta_i=(\sum_{j\in\mathcal{N}_i}a_{ij}\dfrac{l_{j,1}^2}{2}+\dfrac{1}{2}\lambda_i^4)\otimes I_{n_i\times n_i}$

定义K和C为

$$\begin{aligned}K=\min_{1\le i\le N}\Bigg\{&\frac{\lambda_{\min}\{Q_i-\Pi_i-\Theta_i\}}{\lambda_{\max}\{P_i\}},\sigma_i,2(\lambda_i-2),\\&\rho_i-\frac{2\varrho_i}{\beta_i}-\frac{\varrho_i}{\lambda_i},\min_{1\le\tau\le n_i}\{2c_{i,\tau}\}\Bigg\}\end{aligned}$$

$$C=\sum_{i=1}^{N}[v_{i,n_i}+\frac{1}{2}\bar{d}_i^2+\frac{\rho_i}{2\varrho_i}\left\|M_i^*\right\|^2+\frac{\sigma_i}{2\delta_i}\theta_i^2]$$

为了保证闭环系统的稳定性，设计参数需满足以下条件：

$$Q_i-\Pi_i-\Theta_i>0 \tag{38}$$

$$\lambda_i-2>0 \tag{39}$$

$$\frac{\rho_i}{2\varrho_i}-\frac{1}{\beta_i}-\frac{1}{2\lambda_i}>0 \tag{40}$$

于是，得到

$$\dot{V}(t)\le-KV(t)+C \tag{41}$$

进一步地，当$V(t)>C/K$，则有$\dot{V}(t)<0$。

当系统属于脉冲动态时，只有误差参数$\tilde{M}_i^*$发生跳变，于是

$$\begin{aligned}\Delta V=&\sum_{i=1}^{N}\frac{\left\|\tilde{M}_i^*+\Delta\tilde{M}_i^*\right\|^2-\left\|\tilde{M}_i^*\right\|^2}{2\varrho_i}=\\&\frac{1}{2\varrho_i}\sum_{i=1}^{N}[\varphi_i^2\tanh^2(\chi_i\tilde{s}_i)\left\|S_i\right\|^2+\\&\kappa_i^2\left\|\hat{M}_i^*\right\|^2-2\varphi_i\tanh(\chi_i\tilde{s}_i)S_i^{\mathrm{T}}\tilde{M}_i^*+\\&2\kappa_i\hat{M}_i^{*\mathrm{T}}\tilde{M}_i^*-2\varphi_i\kappa_i\tanh(\chi_i\tilde{s}_i)S_i^{\mathrm{T}}\hat{M}_i^*]\end{aligned} \tag{42}$$

注意到$\tanh^2(\chi_i\tilde{s}_i)\le1$，$\left\|S_i\right\|^2\le1$，结合不等式放缩，在满足$0<\kappa_i<1$的情况下，可得

$$\begin{aligned}\Delta V\le&\frac{1}{2\varrho_i}\sum_{i=1}^{N}[-\kappa_i\left\|\tilde{M}_i^*\right\|^2+2\kappa_i\left\|M_i^*\right\|^2+\\&2\varphi_i(1+\kappa_i)\left\|\tilde{M}_i^*\right\|+\varphi_i^2(1+\kappa_i)]\le\\&\frac{1}{2\varrho_i}\sum_{i=1}^{N}\left[-\frac{\kappa_i}{2}\left\|\tilde{M}_i^*\right\|^2+g_i\right]\end{aligned} \tag{43}$$

式中：$g_i=\varphi_i^2(1+\kappa_i)+2\kappa_i\left\|M_i^*\right\|^2+\dfrac{2\varphi_i^2(1+\kappa_i)^2}{\kappa_i}$。

注意到，当$\left\|\tilde{M}_i^*\right\|^2\geq\dfrac{2\sum_{i=1}^{N}g_i}{\kappa_i}$，$\Delta V\leq 0$。

结合上述分析，根据引理 2 可知，多智能体系统(1)中所有信号一致最终有界。

4 仿真验证

通过多单臂机械手系统的仿真实验，验证本文提出的基于神经网络的分布式自适应脉冲控制方案的有效性，并与文献[25]方案进行对比实验，验证本文方案的优越性。

多单臂机械手系统包含 4 个跟随者（$i=1,2,3,4$）和一个领导者（记作 0），其动力学模型为

$$J_i\ddot{q}_i+Y_i\dot{q}_i+N_i\sin q_i+\tau_i=u_i \tag{44}$$

式中：q_i、$\dot{q}_i$、$\ddot{q}_i$ 分别为机械手关节的角速度、速度、加速度；$J_i=4m_il_i^2/3$ 为转动惯量，m_i 为质量，l_i 为质心到关节旋转中心的距离；Y_i 为摩擦系数；$N_i=m_igl_i$ 为重力项；τ_i 为有界外部扰动；u_i 为控制输入。

同时，令 $x_{i,1}=q_i$ 和 $x_{i,2}=\dot{q}_i$，可得系统状态模型

$$\begin{aligned}&\dot{x}_{i,1}=x_{i,2}\\&\dot{x}_{i,2}=\bar{u}_i+f_i(x_i)-r_i\\&y_i=x_{i,1}\end{aligned} \tag{45}$$

式中：$f_i(x_i)$ 为未知的光滑非线性函数，$r_i=\tau_i/J_i$ 为未知扰动项，$\bar{u}_i=u_i/J_i$ 为控制输入。

多单臂机械手系统的拓扑关系如图 2 所示。

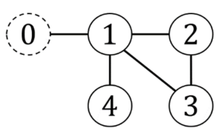

图 2　多单臂机械手系统拓扑关系图

通信权重矩阵 $\boldsymbol{B}=\mathrm{diag}\{1,0,0,0\}$，邻接矩阵

$$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}0&0.9&0.8&1\\0.9&0&0.8&0\\0.8&0.8&0&0\\1&0&0&0\end{pmatrix}$$

假设领导者的输出轨迹为 $y_r=\sin(2t)+0.2\sin(t)$。本文仿真采用的多单臂机械手的物理参数为：$m_i=1.5\ \mathrm{kg}$，$l_i=0.5\ \mathrm{m}$，$Y_i=1$，$\mathrm{g}=9.8\ \mathrm{m/s^2}$。$i=1,2$ 时 $\tau_i=\sin(x_{i,1}x_{i,2})$；$i=3,4$ 时 $\tau_i=1.2\sin(x_{i,1}x_{i,2})$。系统初始状态为 $x_1(0)=[1,0]^{\mathrm{T}}$，$x_2(0)=[2,1]^{\mathrm{T}}$，$x_3(0)=[1,1]^{\mathrm{T}}$，$x_4(0)=[0.5,1]^{\mathrm{T}}$。复合扰动观测器的初始状态为 $\hat{x}_1(0)=[0.1,0]^{\mathrm{T}}$，$\hat{x}_2(0)=[0.2,0.1]^{\mathrm{T}}$，$\hat{x}_3(0)=[0.1,0.1]^{\mathrm{T}}$，$\hat{x}_4(0)=[0,-0.1]^{\mathrm{T}}$，$\hat{s}_i(0)=0.1$。自适应参数初始状态为 $\hat{M}_i^*(0)=0.1$，$\hat{\theta}_i(0)=0.1$。

脉冲时刻序列为 $t_k=0.01k(k=1,2,3,\ldots)$，其他设计参数为 $c_{i,1}=c_{i,2}=100$、$l_{i,1}=10$、$l_{i,2}=300$、$\lambda_i=2$、$q_{i,1}=q_{i,2}=\delta_i=\chi_i=1$、$\sigma_i=0.1$、$\varrho_i=80$、$\varphi_i=8$、$\rho_i=9.6$、$\kappa_i=0.8$。

在 MATLAB 平台上，利用本文提出的基于神经网络的分布式自适应脉冲控制方案对上述多单臂机械手系统进行仿真，结果如图 3~9 所示。其中，图 8、9 为本文方案与文献[25]方案的仿真效果对比图。

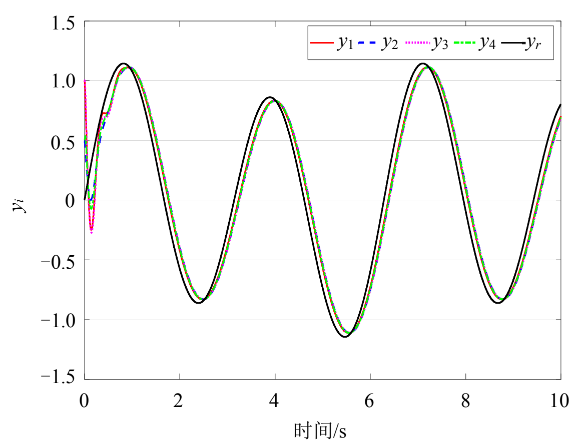

图 3　系统输出 y_i 及跟踪轨迹 y_r

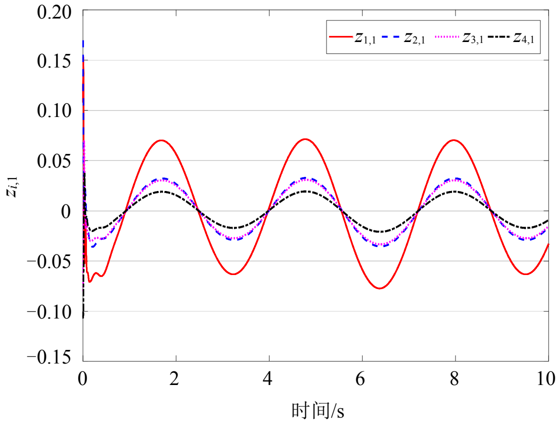

图 4　一致跟踪误差 $z_{i,1}$

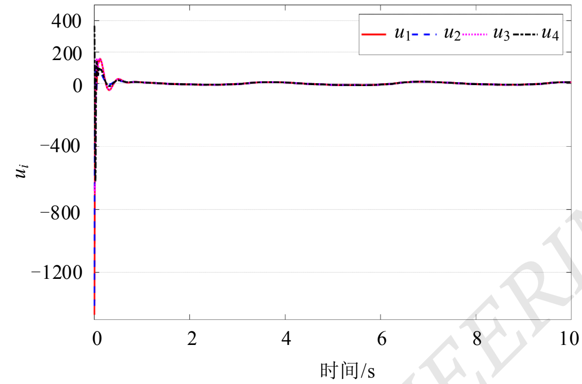

图 7　控制信号 u_i

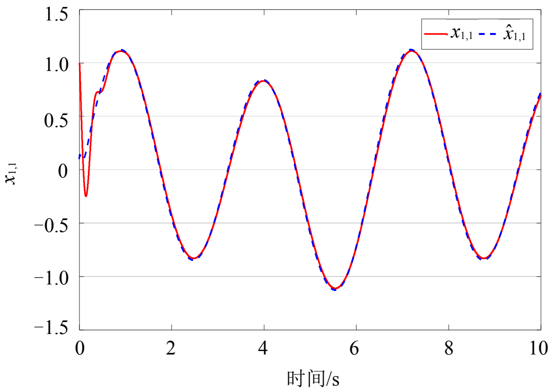

图 5　状态 $x_{1,1}$ 及其估计值

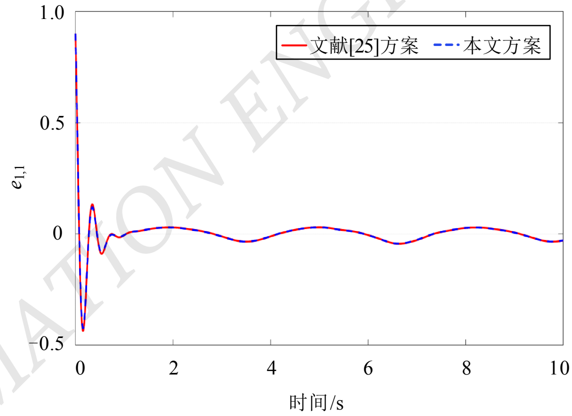

图 8　估计误差 $e_{1,1}$ 对比图

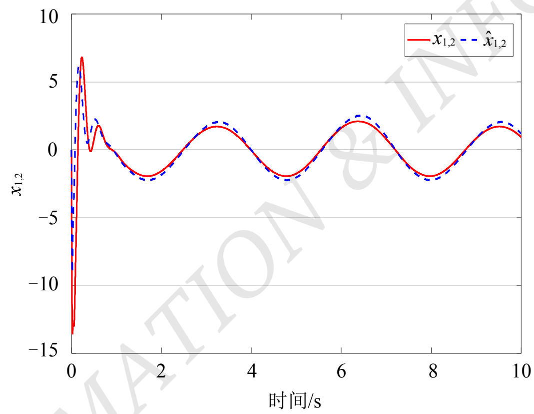

图 6　状态 $x_{1,2}$ 及其估计值

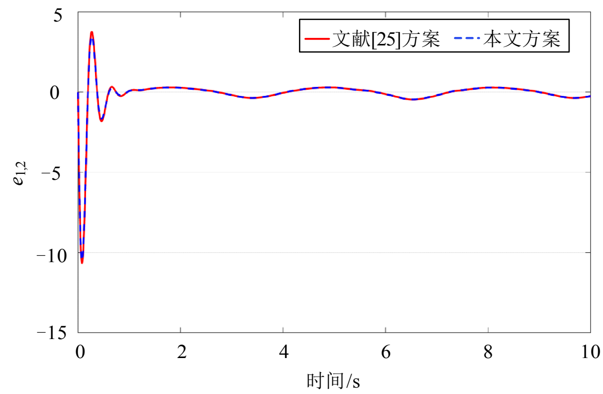

图 9　估计误差 $e_{1,2}$ 对比图

由图 3 可以看出，本文方案的跟随者输出能够一致跟踪领导者输出。

由图 4 可以看出，本文方案的一致跟踪误差控制在 0.1 以内。

由图 5、6 可以看出，本文设计的状态观测器具有较好的观测性能。

由图 7 可以看出，本文设计的自适应脉冲控制器，受初始误差的影响在控制前期变化较大，而后趋于平稳。

由图 8、9 可以看出，在相同的设计参数下，本文方案相较于文献[25]方案具有更快速的自适应能力，可快速估计神经网络权值参数，从而提高状态观测速率，进一步改善系统的瞬态性能。

5 结论

本文针对状态不可测和存在外部未知扰动的非线性多智能体系统，提出一种基于神经网络的分布式自适应脉冲控制方案，以解决系统的一致跟踪控制问题。本文提出的复合扰动观测器同时考虑了外部扰动和神经网络逼近误差，提高了系统的控制性能；自适应脉冲更新律快速实现神经网络权值参数的收敛，改善了闭环系统的瞬态性能；在脉冲动态系统中，通过扩展的 Lyapunov 稳定性理论证明了闭环系统的一致最终有界性。通过多单臂机械手系统的仿真对比实验，验证了本文方案的有效性和优越性。但本文方案对于其他类型的系统，如随机非线性系统、分数阶系统、切换非线性系统，是否具有普适性还有待进一步验证。同时，本文只考虑了系统状态不可测和存在外部扰动的情况，对于存在约束、控制增益未知的系统未进行研究，后续开展扩展研究十分必要。

参考文献

[1] DU H, WEN G, CHENG Y, et al. Distributed finite-time cooperative control of multiple high-order nonholonomic mobile robots[J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2016,28(12):2998-3006.

[2] DU H, LI S. Attitude synchronization for flexible spacecraft with communication delays[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2016,61(11):3625-3630.

[3] DONG X, HUA Y, ZHOU Y, et al. Theory and experiment on formation-containment control of multiple multirotor unmanned aerial vehicle systems[J]. IEEE Transactions on Automation Science and Engineering, 2018,16(1):229-240.

[4] WANG X, WANG H, LI C, et al. Consensus seeking in multiagent systems with Markovian switching topology under aperiodic sampled data[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2018,50(12):5189-5200.

[5] WANG L, XIAO F. Finite-time consensus problems for networks of dynamic agents[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2010,55(4):950-955.

[6] YU W, ZHENG W X, CHEN G, et al. Second-order consensus in multi-agent dynamical systems with sampled position data[J]. Automatica, 2011,47(7):1496-1503.

[7] CHEN C L P, WEN G X, LIU Y J, et al. Observer-based adaptive backstepping consensus tracking control for high-order nonlinear semi-strict-feedback multiagent systems[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2015,46(7):1591-1601.

[8] LIAN Y, XIA J, PARK J H, et al. Disturbance observer-based adaptive neural network output feedback control for uncertain nonlinear systems[J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2022,34(10):7260-7270.

[9] SHANG Y, CHEN B, LIN C. Consensus tracking control for distributed nonlinear multiagent systems via adaptive neural backstepping approach[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2018,50(7):2436-2444.

[10] PENG Z, WANG D, WANG J. Predictor-based neural dynamic surface control for uncertain nonlinear systems in strict-feedback form[J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2016,28(9):2156-2167.

[11] YANG Y, LIU Q, YUE D, et al. Predictor-based neural dynamic surface control for bipartite tracking of a class of nonlinear multiagent systems[J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2021,33(4):1791-1802.

[12] TUMA T, PANTAZI A, LYGEROS J, et al. Nanopositioning with impulsive state multiplication: A hybrid control approach [J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2012, 21(4):1352-1364.

[13] YU H, CHEN T. Event-triggered tracking control with filtered outputs and impulsive observers[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2020,52(6):4981-4992.

[14] ZHU D, WANG R, LIU C, et al. Synchronization of chaotic-oscillation permanent magnet synchronous generators networks via adaptive impulsive control[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs, 2019,67(10):2194-2198.

[15] ZHOU Q, DU P, LI H, et al. Adaptive fixed-time control of error-constrained pure-feedback interconnected nonlinear systems[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2020,51(10):6369-6380.

[16] SUI S, TONG S. Finite-time fuzzy adaptive PPC for nonstrict-feedback nonlinear MIMO systems[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2022,53(2):732-742.

[17] CHEN D, LIU X, YU W, et al. Neural-network based adaptive self-triggered consensus of nonlinear multi-agent systems with sensor saturation[J]. IEEE Transactions on Network Science and Engineering, 2021,8(2):1531-1541.

（下转第 35 页）