

本文引用格式：何亮.中心距误差对斜齿轮动态特性的影响研究[J].自动化与信息工程,2024,45(1):23-29.

HE Liang. Research on the influence of center distance error on the dynamic characteristics of helical gears[J]. Automation & Information Engineering, 2024,45(1):23-29.

# 中心距误差对斜齿轮动态特性的影响研究

何亮

(重庆交通大学机电与车辆工程学院, 重庆 400074)

**摘要：**基于斜齿轮啮合接触线理论，分析中心距误差对斜齿轮动态特性的影响。以一对地铁斜齿轮为研究对象，首先，利用切片法和势能法计算存在中心距误差的斜齿轮时变啮合刚度和动态传递误差；然后，采用集中质量法建立弯-扭-轴 8 自由度斜齿轮动力学模型，分析斜齿轮系统的动态啮合特性；最后，研究不同中心距误差对斜齿轮时变啮合刚度、动态啮合力和振动特性的影响。实验结果表明：斜齿轮的时变啮合刚度随中心距误差增大而减小；动态啮合力随中心距误差变化波动较小；中心距误差会导致斜齿轮啮合稳定性降低，为斜齿轮传动系统的降振减噪提供参考。

**关键词：**中心距误差；斜齿轮；时变啮合刚度；动态啮合力；动态特性

中图分类号：TH132.41

文献标志码：A

文章编号：1674-2605(2024)01-0004-07

DOI：10.3969/j.issn.1674-2605.2024.01.004

## Research on the Influence of Center Distance Error on the Dynamic Characteristics of Helical Gears

HE Liang

(School of Mechanical and Electrical Engineering, Chongqing Jiaotong University, Chongqing 400074, China)

**Abstract:** Based on the meshing contact line theory of helical gears, the influence of center distance error on the dynamic characteristics of helical gears is analyzed. Taking a pair of subway helical gears as the research object, firstly, the slicing method and the potential energy method are used to calculate the time-varying meshing stiffness and dynamic transmission error of the helical gears under the center distance error; then, the lumped mass method is used to establish the bending-torsional-axis helical gear dynamics model to analyze the dynamic meshing characteristics of the helical gear system; finally, the effects of different center distance errors on the time-varying meshing stiffness, dynamic meshing force and vibration characteristics of the helical gear are studied. The research results show that the time-varying meshing stiffness of the helical gear decreases as the center distance error increases; the average dynamic meshing force of the helical gear fluctuates less with the change of the center distance error, and the center distance error will cause the gear meshing stability to decrease, as Provide reference for vibration and noise reduction of gear system.

**Keywords:** center distance deviation; TVMS; gear dynamics; dynamic characteristics

### 0 引言

斜齿轮因具有结构紧凑、承载能力强和传动效率高等特点，广泛应用于车辆、机床、船舶、电力等领域。啮合特性是齿轮传动系统的重要指标，而内部激励<sup>[1-3]</sup>会影响齿轮的振动噪声和使用寿命等。因此，对齿轮传动系统的啮合特性和内部激励开展研究具有

现实意义。

学者们对齿轮传动系统的啮合特性以及不同内部激励对啮合特性的影响展开了一系列的研究<sup>[4-5]</sup>。蒋建政等<sup>[6]</sup>建立 3 种直齿圆柱齿轮系统仿真模型，对比分析不同转速工况下的啮合力和动态传递误差，发现基于集中质量法的齿轮模型能更好地反映直齿轮传动系统的动力学性能。陈思雨等<sup>[7]</sup>综合考虑摩擦、时

变啮合刚度和 3 种不同工况间隙, 利用数值仿真得到齿轮系统的时频域曲线, 对 3 种不同工况间隙进行动力学响应研究, 发现随着间隙增加, 齿轮系统的响应平均分量波动较大。陈会涛等<sup>[8]</sup>利用数值仿真方法建立基于时变啮合刚度和齿侧间隙的齿轮纯扭转非线性动力学模型, 通过分析得到齿轮系统的响应分量及动态啮合力特征。马辉等<sup>[9]</sup>建立基于修形的不对中工况的齿轮副啮合模型, 分析不同条件下齿轮副的时变啮合刚度和接触状态, 并利用有限元法验证其有效性。黄一伦等<sup>[10]</sup>建立不同啮合点处的直齿轮静态啮合有限元模型, 研究发现随着中心距偏差增大, 直齿轮啮合刚度降低, 静态传递误差增大。徐锐等<sup>[11]</sup>建立微线段齿轮动力学模型, 利用离散化齿面接触, 分析中心距偏差对静态传递误差及齿间隙的影响, 发现微线段齿轮对中心距偏差比渐开线齿轮更为敏感。常乐浩等<sup>[12]</sup>根据齿轮动态啮合激励与响应的关系, 提出一种齿轮副动态承载接触分析模型, 可模拟齿轮副动态啮合过程。朱凌云等<sup>[13]</sup>建立计及多状态啮合的面齿轮传动系统弯扭摆非线性动力学模型, 分析载荷对动力学特性的影响, 发现载荷较大时, 动力学特性稳定, 载荷较小时, 出现多状态啮合特性。目前, 鲜有学者研究中心距误差对斜齿轮啮合状态的影响。

本文以一对地铁斜齿轮为研究对象, 首先, 基于斜齿轮啮合接触线理论, 分析中心距误差对斜齿轮啮合状态的影响; 然后, 利用集中质量法建立弯-扭-轴 8 自由度斜齿轮动力学模型; 最后, 计算斜齿轮动态啮合力和 y 向振动加速度, 研究不同中心距误差对斜齿轮动态啮合力幅值波动的影响, 分析斜齿轮动态啮合特性, 揭示啮合状态对斜齿轮传动系统的振动影响, 为斜齿轮传动系统的减振降噪提供参考。

## 1 中心距误差机理

### 1.1 中心距误差

在中心距无误差的理想情况下, 斜齿轮按理论中心距安装, 两个斜齿轮的分度圆相切且啮合角等于分度圆压力角。但斜齿轮实际安装时, 会存在中心距误差, 导致两个斜齿轮的中心轴线距离发生改变, 节圆

半径不等于各自的分度圆半径, 影响轮齿啮合状态, 端面啮合角  $\alpha'_t$  不等于分度圆的压力角, 如图 1 所示。

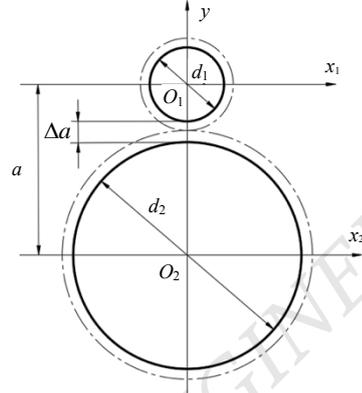


图 1 存在中心距误差的斜齿轮几何关系

存在中心距误差的斜齿轮端面啮合角为

$$\alpha'_t = \arccos(a \cos \alpha_t / a') \quad (1)$$

式中:  $a'$  为实际中心距,  $a' = a \pm \Delta a$ ;  $a$  为理想中心距;  $\alpha_t$  为理想端面啮合角。

存在中心距误差的斜齿轮端面重合度为

$$\varepsilon'_a = \frac{1}{2\pi} [z_1 (\tan \alpha_{at1} - \tan \alpha'_t) + z_2 (\tan \alpha_{at2} - \tan \alpha'_t)] \quad (2)$$

式中:  $\alpha_{at1}$ 、 $\alpha_{at2}$  分别为主、从动轮齿顶圆压力角。

存在中心距误差的轮齿啮合平面如图 2 所示。

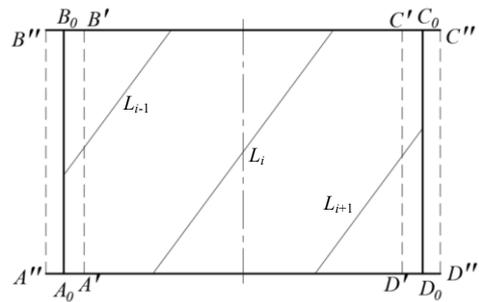


图 2 存在中心距误差的轮齿啮合平面

随着中心距改变, 斜齿轮端面重合度也发生改变, 轮齿啮合平面  $A_0B_0C_0D_0$  变为  $A'B'C'D'$  或  $A''B''C''D''$ 。若中心距偏大, 轮齿啮合平面长度  $B_0C_0$  变为  $B'C'$ ; 若中心距偏小, 轮齿啮合平面长度  $B_0C_0$  变为  $B''C''$ 。

存在中心距误差的斜齿轮接触线长度为

$$L'(t) = \begin{cases} L_{\max} t / (\varepsilon_{\beta} t_z) & t \in [0, \varepsilon_{\beta} t_z] \\ L_{\max} & t \in [\varepsilon_{\beta} t_z, \varepsilon_{\alpha} t_z] \\ L_{\max} (\varepsilon_{\gamma} t_z - t) / (\varepsilon_{\beta} t_z) & t \in [\varepsilon_{\alpha} t_z, \varepsilon_{\gamma} t_z] \end{cases} \quad (3)$$

式中： $\varepsilon_{\beta}$ 为轴向重合度； $\varepsilon_{\alpha}$ 为端面重合度； $\varepsilon_{\gamma}$ 为总重合度， $\varepsilon_{\gamma} = \varepsilon_{\alpha} + \varepsilon_{\beta}$ 且 $\varepsilon_{\alpha} > \varepsilon_{\beta}$ ； $t_z$ 为啮合周期。

根据地铁斜齿轮几何参数（见表1），计算地铁斜齿轮理论时变接触线长度如图3所示。

表1 地铁斜齿轮几何参数

参数	主动轮	从动轮
齿数, Z	16	101
模数, m/mm	6	6
压力角, $\alpha(^{\circ})$	25	25
齿宽, b/mm	97	90
螺旋角, $\beta/\text{mm}$	12.5	12.5

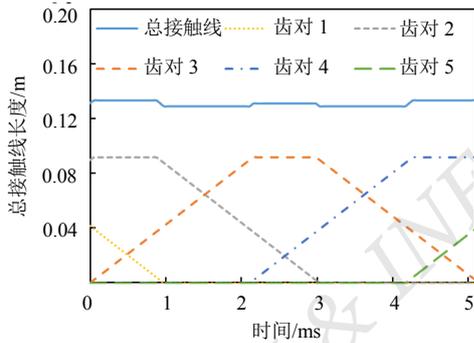


图3 地铁斜齿轮理论时变接触线长度

### 1.2 刚度计算

首先，利用切片法将地铁斜齿轮沿齿宽方向进行均匀切片，使其近似于正齿轮；然后，利用势能法求解每个近似正齿轮切片的啮合刚度；最后，通过积分求和计算地铁斜齿轮时变啮合刚度。

地铁斜齿轮切片刚度求解模型如图4所示，其中 $F$ 为地铁斜齿轮啮合力； $F_a$ 、 $F_b$ 分别为 $F$ 的切向分力和径向分力； $d$ 为切片啮合点与基圆的距离； $h$ 为啮合点到中心线的距离； $h_x$ 为距基圆 $x$ 处截面高度； $\alpha_{1i}$ 为 $F$ 与 $F_a$ 之间的夹角； $\alpha_2$ 为基圆上的半齿角。

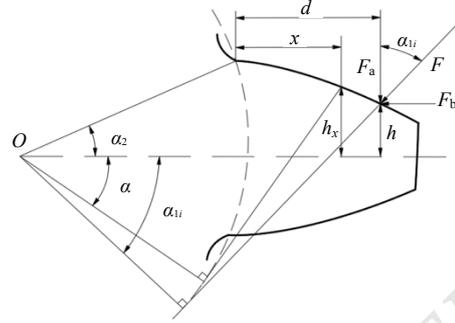


图4 地铁斜齿轮切片刚度求解模型

轮齿在啮合过程中会受力变形，使轮齿内部积蓄弯曲弹性势能  $U_b$ 、剪切弹性势能  $U_s$ 、轴向压缩势能  $U_a$  和赫兹接触势能  $U_h$ ：

$$U_b = \frac{F^2}{2k_b} = \int_0^d \frac{[F_b(d-x) - F_a d]^2}{2EI_x} dx \quad (4)$$

$$U_s = \frac{F^2}{2k_s} = \int_0^d \frac{1.2F_b^2}{2GA_x} dx \quad (5)$$

$$U_a = \frac{F^2}{2k_a} = \int_0^d \frac{F_a^2}{2EA_x} dx \quad (6)$$

$$U_h = \frac{F^2}{2k_h} \quad (7)$$

式中： $E = 2.06 \times 10^{11}$  Pa 为弹性模量， $G$  为切变模量， $I_x$  为距基圆  $x$  处啮合点的惯性矩， $A_x$  为距基圆  $x$  处啮合点的横截面面积， $k_h$  为赫兹接触刚度， $k_b$  为弯曲刚度， $k_s$  为剪切刚度， $k_a$  为轴向压缩刚度。

$$G = E / (2(1 + \nu)) \quad (8)$$

$$I_x = \frac{2h_x^3 l}{3} \quad (9)$$

$$A_x = 2h_x l \quad (10)$$

式中： $\nu$  为泊松比。

通过势能法求解刚度  $k_b$ 、 $k_s$ 、 $k_a$ 、 $k_h$  为

$$k_b = \sum_{i=1}^N \frac{1}{\int_{-\alpha_{1i}}^{\alpha_2} \frac{3\{1 + \cos \alpha_{1i}[(\alpha_2 - \alpha) \sin \alpha - \cos \alpha]\}^2}{2E[\sin \alpha + (\alpha_2 - \alpha) \cos \alpha]^3} dl} \quad (11)$$

$$\bullet \frac{1}{(\alpha_2 - \alpha) \cos \alpha} dl$$

$$k_s = \sum_{i=1}^N \frac{1}{\int_{-\alpha_{i1}}^{\alpha_2} \frac{1.2(1+\nu)(\alpha_2 - \alpha) \cos \alpha \cos^2 \alpha_{i1}}{E[\sin \alpha + (\alpha_2 - \alpha) \cos \alpha]} d\alpha} dl \quad (12)$$

$$k_a = \sum_{i=1}^N \frac{1}{\int_{-\alpha_{i1}}^{\alpha_2} \frac{(\alpha_2 - \alpha) \cos \alpha \sin^2 \alpha_{i1}}{2E[\sin \alpha + (\alpha_2 - \alpha) \cos \alpha]} d\alpha} dl \quad (13)$$

$$k_h = \frac{\pi EL}{4(1-\nu^2)} \quad (14)$$

式中： $N$  为参与啮合切片的个数； $\alpha_2 = \pi/2z + \tan \alpha_0 - \alpha_0$  为基圆上半齿角， $z$  为齿数， $\alpha_0$  为法面压力角； $i$  为切片序号； $\alpha_{i1}$  为每个切片的接触点对应的角度。

地铁斜齿轮基体柔性变形对应的刚度为

$$\frac{1}{k_f} = \frac{\cos^2 \alpha_{i1}}{EL} \left\{ L^* \left( \frac{u_f}{S_f} \right)^2 + M^* \left( \frac{u_f}{S_f} \right) + P^* (1 + Q^* \tan^2 \alpha_{i1}) \right\} \quad (15)$$

式中：参数  $u_f$ 、 $S_f$ 、 $L^*$ 、 $M^*$ 、 $P^*$ 、 $Q^*$  见文献[14]。

轮齿啮合过程中单齿啮合刚度  $k_1$  可表示为

$$k_1 = \frac{1}{\left( \frac{1}{k_h} + \frac{1}{k_{b1}} + \frac{1}{k_{s1}} + \frac{1}{k_{a1}} + \frac{1}{k_{r1}} + \frac{1}{k_{b2}} + \frac{1}{k_{s2}} + \frac{1}{k_{a2}} + \frac{1}{k_{r2}} \right)} \quad (16)$$

地铁斜齿轮在啮合过程中，时变啮合刚度  $k_m$  等于参与啮合轮齿的啮合刚度之和

$$k_m = \sum_{n=1}^M k_n \quad (17)$$

式中： $M$  为  $t$  时刻参与啮合的轮齿对数。

在斜齿轮理想啮合过程中，设两个地铁斜齿轮在啮合线上的相对位移为  $x$ ，准静态接触下忽略斜齿轮传动系统振动方程中惯性力和阻尼 2 个动态项，可得

$$k_m x = \frac{T_1}{r_{b1}} = \frac{T_2}{r_{b2}} \quad (18)$$

式中： $T_1$ 、 $T_2$  分别为输入、输出转矩， $r_{b1}$ 、 $r_{b2}$  分

别为地铁斜齿轮基圆半径。

在载荷的作用下，中心距误差改变接触线，进而影响地铁斜齿轮啮合刚度，其动态传递误差为

$$e_m = x = \frac{T_1}{r_{b1} k_m} \quad (19)$$

## 2 地铁斜齿轮动力学模型

考虑存在中心距误差的地铁斜齿轮时变啮合刚度、动态传递误差等因素，基于集中质量法建立弯-扭-轴 8 自由度地铁斜齿轮动力学模型，如图 5 所示。

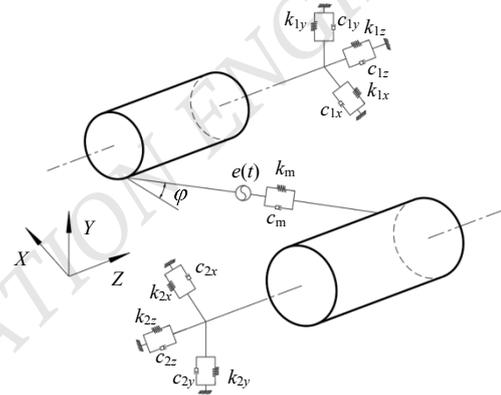


图 5 弯-扭-轴 8 自由度地铁斜齿轮动力学模型

地铁斜齿轮传动系统可被视为一个具有横向振动、扭转振动、轴向振动相耦合的时变动态系统，其广义位移阵为

$$\{x_1 \ y_1 \ z_1 \ \theta_1 \ x_2 \ y_2 \ z_2 \ \theta_2 \}^T \quad (20)$$

地铁斜齿轮传动系统动态啮合力及  $X$ 、 $Y$ 、 $Z$  方向的分力为

$$\begin{cases} F_n = k_m(t) X_n + c_m \dot{X}_n \\ F_x = F_n \sin \alpha_n \cos \varphi - F_n \cos \alpha_n \cos \beta \sin \varphi \\ F_y = -F_n \sin \alpha_n \sin \varphi - F_n \cos \alpha_n \cos \beta \cos \varphi \\ F_z = -F_n \cos \alpha_n \sin \beta \end{cases} \quad (21)$$

式中： $k_m$  为地铁斜齿轮时变啮合刚度； $\varphi$  为地铁斜齿轮中心轴连线与  $X$  轴之间的夹角； $c_m$  为地铁斜齿轮啮合阻尼，计算公式为

$$c_m = 2\xi \sqrt{\frac{k_m r_1^2 r_2^2 I_1 I_2}{r_1^2 I_1 + r_2^2 I_2}} \quad (22)$$

式中： $\xi$  为阻尼比，本文取值 0.1。

地铁斜齿轮传动系统非线性振动微分方程为

$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1 + c_{1x} \dot{x}_1 + k_{1x} x_1 = F_{x1} \\ m_1 \ddot{y}_1 + c_{1y} \dot{y}_1 + k_{1y} y_1 = F_{y1} \\ m_1 \ddot{z}_1 + c_{1z} \dot{z}_1 + k_{1z} z_1 = F_{z1} \\ I_1 \ddot{\theta}_1 = T_1 - F_{y1} r_1 \\ m_2 \ddot{x}_2 + c_{2x} \dot{x}_2 + k_{2x} x_2 = -F_{x2} \\ m_2 \ddot{y}_2 + c_{2y} \dot{y}_2 + k_{2y} y_2 = -F_{y2} \\ m_2 \ddot{z}_2 + c_{2z} \dot{z}_2 + k_{2z} z_2 = -F_{z2} \\ I_2 \ddot{\theta}_2 = -T_2 + F_{y2} r_2 \end{cases} \quad (23)$$

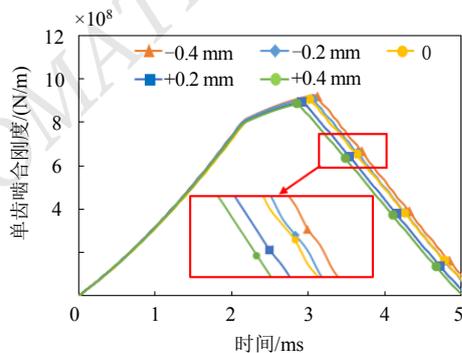
式中： $m_1$ 、 $m_2$  分别为主、从动轮质量， $I_1$ 、 $I_2$  分别为主、从动轮绕  $z$  轴转动惯量， $k_{ij}$ 、 $c_{ij}$  ( $i=1, 2; j=x, y, z$ ) 分别为地铁斜齿轮  $i$  沿  $j$  向的支承刚度和阻尼， $T_1$ 、 $T_2$  分别为两个地铁斜齿轮的扭矩， $F_{xi}$ 、 $F_{yi}$ 、 $F_{zi}$  分别为地铁斜齿轮  $i$  ( $i=1, 2$ ) 在  $X$ 、 $Y$ 、 $Z$  3 个方向上的啮合分力。

### 3 地铁斜齿轮动态特性分析

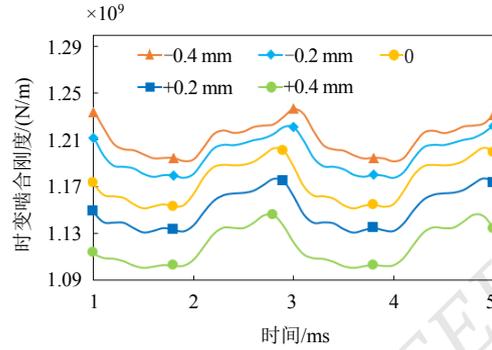
地铁斜齿轮转速为 1 800 r/min，输入功率为 138 kW。地铁斜齿轮传动系统弹性模量  $E = 2.06 \times 10^{11}$  Pa，泊松比  $\nu = 0.3$ ，质量密度  $\rho = 7 850$  kg/m<sup>3</sup>。

#### 3.1 地铁斜齿轮内部激励分析

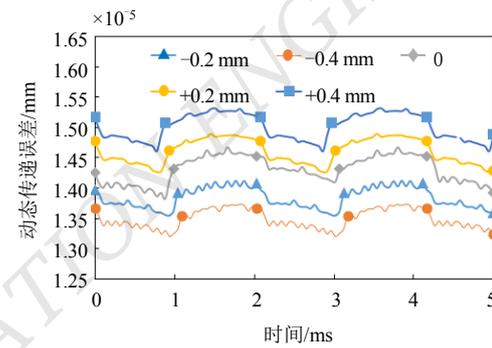
地铁斜齿轮在啮合过程中，因存在中心距误差，轮齿啮合区域发生变化，导致啮合刚度和动态传递误差也发生改变，如图 6 所示。



(a) 单齿啮合刚度



(b) 时变啮合刚度



(c) 动态传递误差

图 6 地铁斜齿轮内部激励变化规律

由图 6(a)、(b)可知：当中心距误差为正时，地铁斜齿轮接触线与接触区域均减小，单齿啮合刚度也减小，地铁斜齿轮综合啮合刚度减小；当中心距误差为负时，地铁斜齿轮齿接触线与接触区域均变大，单齿啮合刚度也增大，地铁斜齿轮综合啮合刚度增大。

由图 6(c)可知：动态传递误差随地铁斜齿轮时变啮合刚度的变化而改变。当轮齿中心距为正时，动态传递误差增大；当中心距误差为负时，动态传递误差减小。

#### 3.2 地铁斜齿轮动态啮合特性分析

为研究不同中心距误差对地铁斜齿轮动态啮合特性的影响，基于弯-扭-轴 8 自由度斜齿轮动力学模型计算中心距误差为 -0.4、-0.2、0、+0.2 和 +0.4 mm 等工况下的动态啮合力，如图 7 所示。

图 7 (e)为理论中心距下地铁斜齿轮动态啮合力的均值与标准差，可作为中心距误差的对比标准。

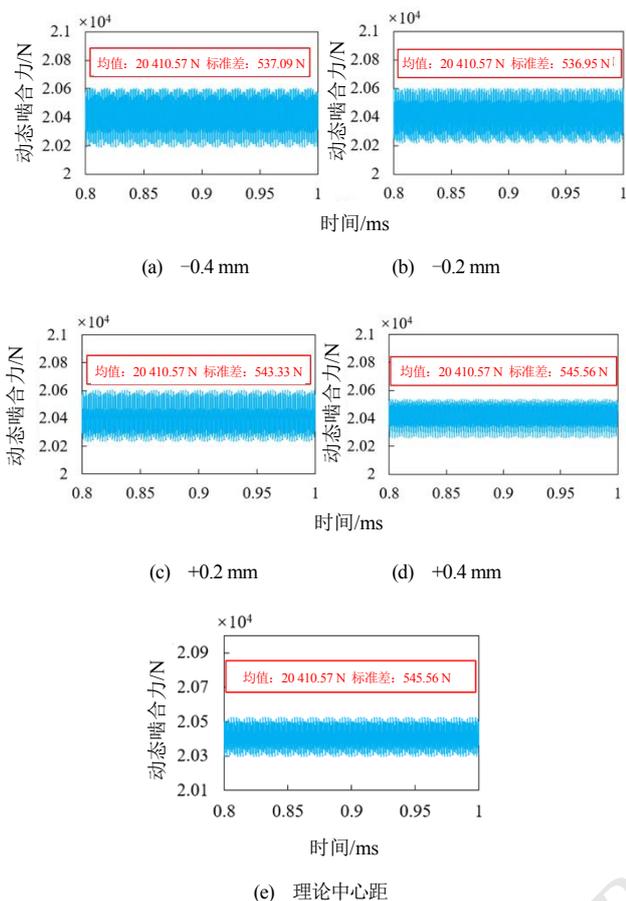


图7 存在中心距误差的地铁斜齿轮动态啮合力

由图7(a)可知：当中心距误差为 $-0.4\text{ mm}$ 时，地铁斜齿轮动态啮合力幅值波动相对于理论中心距较大，表明在此误差下地铁斜齿轮啮合振动较为明显；啮合力标准差为 $537.09\text{ N}$ ，稳定性相对较差。

由图7(b)可知：当中心距误差为 $-0.2\text{ mm}$ 时，地铁斜齿轮动态啮合力幅值波动相对于中心距误差为 $-0.4\text{ mm}$ 时稍微有所降低；啮合力标准差为 $536.95\text{ N}$ ，稳定性相对较差。

由图7(c)可知，当中心距误差为 $+0.2\text{ mm}$ 时，地铁斜齿轮动态啮合力幅值波动相对于理论中心距较大，啮合力标准差为 $543.33\text{ N}$ ，稳定性相对较差。

由图7(d)可知，当中心距误差为 $+0.4\text{ mm}$ 时，地铁斜齿动态啮合力幅值波动相对于中心距误差为 $-0.2\text{ mm}$ 时逐渐减小，接近理论中心距下的动态啮合力幅值波动；啮合力标准差为 $545.56\text{ N}$ ，稳定性良好。

综上所述：中心距误差为负时，地铁斜齿轮啮合

力幅值波动较明显，且稳定性相对较差；中心距误差为正时，地铁斜齿轮啮合力幅值波动先增加后减小，稳定性也同于此现象；中心距误差在一定范围内变化，地铁斜齿轮动态啮合力均值保持不变。

存在中心距误差的地铁斜齿轮y向振动加速度如图8所示。

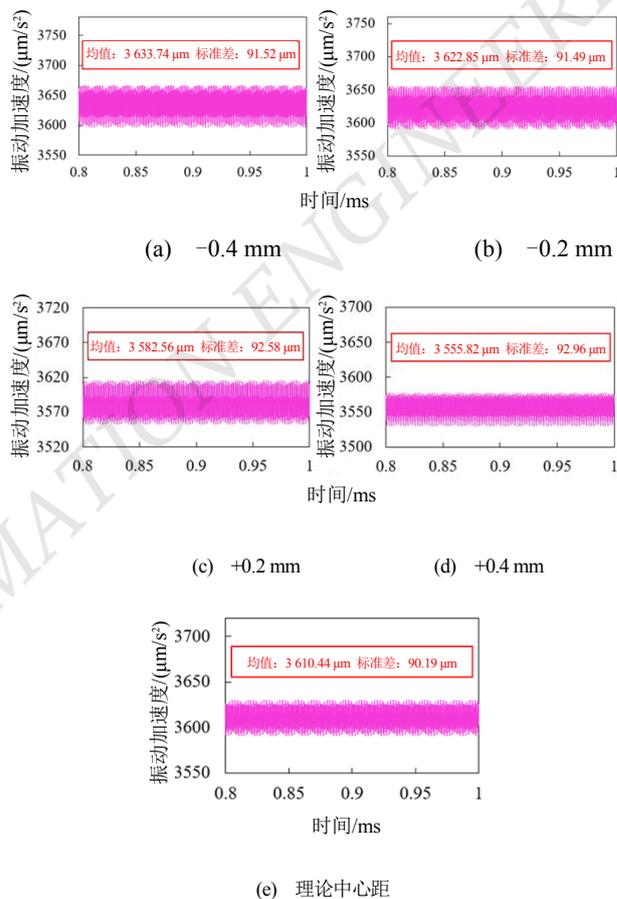


图8 存在中心距误差的地铁斜齿轮y向振动加速度

图8(e)为理论中心距下的地铁斜齿轮y向振动加速度的均值与标准差，可作为地铁斜齿轮振动噪声的评判标准。

由图8(a)、(b)可知，当中心距误差为负时，地铁斜齿轮y向振动加速度比理论中心距大，表明地铁斜齿轮啮合振动较为明显。

由图8(c)、(d)可知，当中心距误差为正时，地铁斜齿轮y向振动加速度比理论中心距小，表明地铁斜齿轮啮合振动相对平稳。

地铁斜齿轮动态啮合力和y向振动加速度的均值

与标准差随中心距误差的变化规律如图 9 所示。

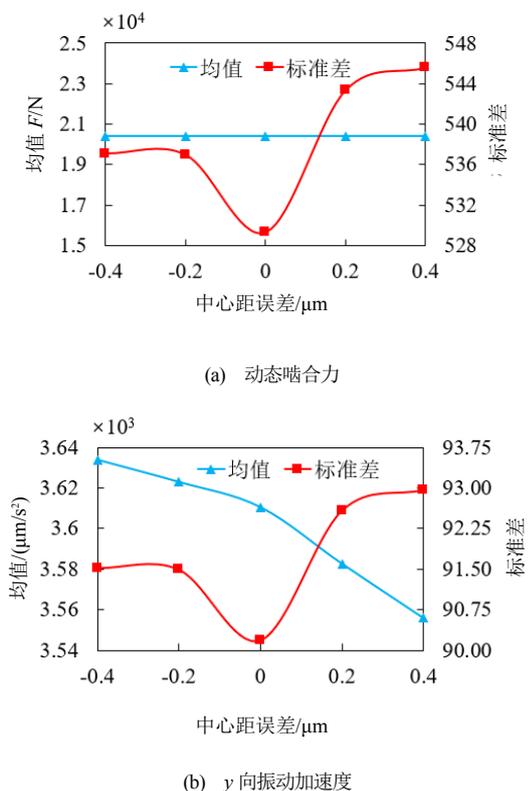


图 9 均值与标准差随中心距误差的变化规律

由图 9 可知：动态啮合力均值不随中心距误差的变化而改变，y 向振动加速度均值随中心距误差增大而减小；随着中心距误差增大，动态啮合力标准差先减小后增大，最后趋近于平稳，y 向振动加速度标准差变化与动态啮合力标准差变化规律一致。

#### 4 结论

本文计算了存在中心距误差的地铁斜齿轮动态啮合力、动态传递误差、y 向振动加速度，分析了不同中心距误差对地铁斜齿轮动态特性的影响，得出以下结论：

- 1) 地铁斜齿轮接触线随中心距误差的增大而减小，其时变啮合刚度也随中心距误差的增大而减小；
- 2) 中心距误差在一定范围内变化时，地铁斜齿

作者简介：

何亮，男，1997 年生，硕士研究生，主要研究方向：齿轮传动与振动噪声控制。E-mail: he934306669@163.com。

轮动态啮合力幅值波动较小，动态传递误差随中心距误差的增大而变大；

3) 受中心距误差增大的影响，地铁斜齿轮振动特性先增大而后减小到某特定范围，中心距误差减小对地铁斜齿轮振动特性影响较大。

#### 参考文献

- [1] 李润芳,王建军.齿轮系统动力学[M].北京:科学出版社,1997:11-48.
- [2] 刘新厂,陈春俊.机车齿轮箱齿根裂纹故障解调方法研究[J].中国测试,2020,46(6):108-115.
- [3] 张旭东,张磊,杨林杰,等.啮合阻尼对行星齿轮传动系统均载特性影响分析[J].机床与液压,2022,50(11):167-171.
- [4] 段文浩,任重义,段建中.双圆弧齿轮啮合特性进一步研究[J].机床与液压,2017,45(9):72-75.
- [5] 梁栋,孟胜,李明,等.内啮合曲线构型齿轮传动基本原理及接触分析[J].机械传动,2022,46(2):7-14.
- [6] 蒋建政,陈再刚,翟婉明,等.基于不同啮合刚度计算模型的直齿圆柱齿轮传动系统动力学特性研究[J].中国科学:技术科学,2018,48(8):863-871.
- [7] 陈思雨,唐进元.间隙对含摩擦和时变刚度的齿轮系统动力学响应的影响[J].机械工程学报,2009,45(8):119-124.
- [8] 陈会涛,吴晓铃,秦大同,等.随机内外激励对齿轮系统动态特性的影响分析[J].中国机械工程,2013,24(4):533-537.
- [9] 马辉,赵百顺,皇甫一樊,等.不对中工况下的修形齿轮副啮合特性分析[J].东北大学学报(自然科学版),2020,41(11):1609-1614.
- [10] 黄一伦,陈旭,胡玉梅,等.考虑中心距偏差的直齿轮啮合刚度及振动分析[J].机械科学与技术,2023,1(48):1-16.
- [11] 徐锐,黄康,张靖,等.中心距偏差对微线段齿轮系统的动力学特性影响研究[J].机械科学与技术,2021,40(9):1338-1346.
- [12] 常乐浩,袁冰,宋文,等.齿轮副非线性接触特性与动力学耦合分析方法[J].西安交通大学学报,2022,56(10):1-10.
- [13] 朱凌云,顾美华,荀向锋.计及多状态啮合的面齿轮传动系统动力学建模与动态特性分析[J].机械传动,2022,46(10):55-63.
- [14] SAINOT A P, VELEX P, DUVERGER O. Contribution of gear body to tooth deflections—a new bidimensional analytical formula[J]. Journal of Mechanical Design, 2004,126(4):748-752.